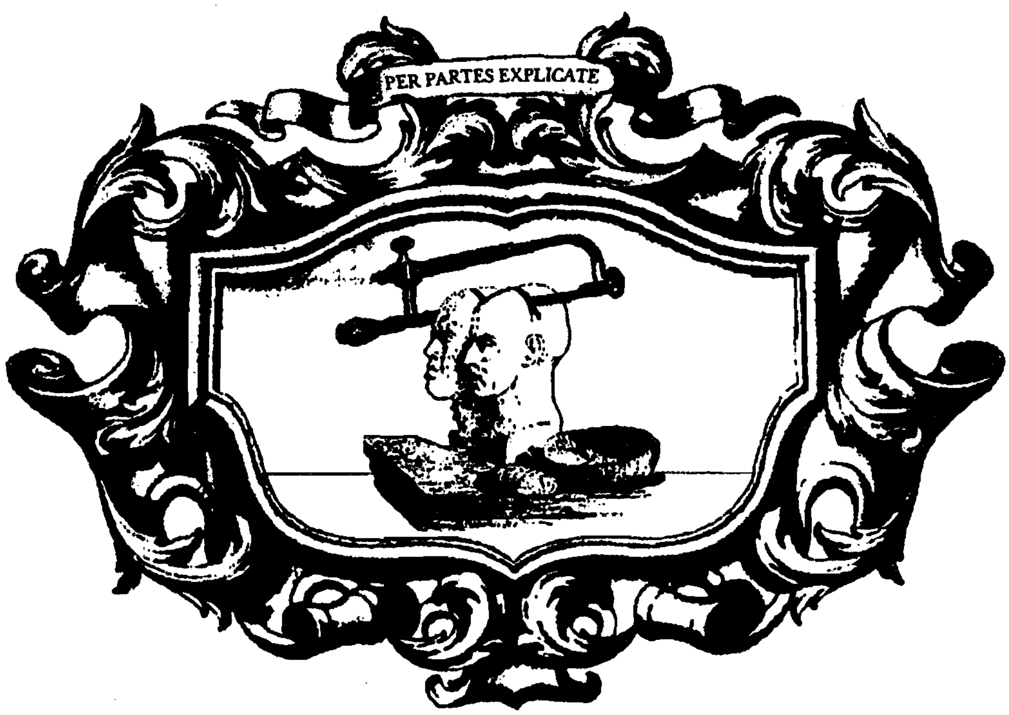
KRITERION

ZEITSCHRIFT FÜR PHILOSOPHIE

Nr. 13 1999



INHALT:

INHALT

Einzelheft:
ÖS 35,–; DM 5,50; SFr 5,–
Für Studierende: ÖS 20,–; DM 3,–; SFr 2,80
Für Bibliotheken: ÖS 50,–; DM 7,50; SFr 7,–

Abonnement (2 Hefte pro Jahrgang):
ÖS 60,–; DM 9,–; SFr 8,50,–
Für Studierende: ÖS 35,–; DM 5,50; SFr 5,–
Für Bibliotheken: ÖS 100,–; DM 15,–; Fr 14,–

(Alle Preise zuzüglich Porto)

Bankverbindungen: Österreich: Raiffeisenverband Salzburg, BLZ 35092, Kto.Nr. 92501030;
Schweiz: Schweizerischer Bankverein, BLZ 375, Kto.Nr. 66-891,421.0

IMPRESSUM

VERLEGER & HERAUSGEBER: Österreichische Hochschülerschaft an der Universität Salzburg, Kaigasse 28, 5020 Salzburg
REDAKTION: Hanspeter Fetz, Dorothea Jahn, Ronald Ortner, Philippe Patry, Alexander Stein
ADRESSE: Franziskanergasse 1, A-5020 Salzburg, Österreich (Austria); Fax: +43-(0)662/8044-629;
E-mail: kriterion@sbg.ac.at; Homepage: http://www.sbg.ac.at/phil/kriterion/kriterion.htm
VERVIELFÄLTIGUNG: Universität Salzburg
ISSN 1019-8288

KRITERION ist ein Forum für Beiträge aus dem Gebiet der Philosophie. Akzeptiert werden bisher noch unveröffentlichte Artikel, welche in deutscher oder englischer Sprache abgefaßt sind, die Redaktion befindet über die Aufnahme.

VORWORT

Nun halten Sie also die erste Ausgabe unserer Zeitschrift in Händen, die auch offiziell mit dem halbjährlichen Erscheinungsintervall bricht – nur noch laufende Nummer und Jahreszahl, aber kein Jahrgang mehr werden künftig unsere Titelblätter schmücken.

Doch das hat nichts mit dem Inhalt dieser Ausgabe von KRITERION zu tun; was diesen angeht, so glauben wir, ihnen einige interessante Beiträge anbieten zu können. Zu Beginn beschäftigt sich Wolfgang Huemer mit der Philosophie des Geistes bei einem der populärsten Philosophen der Gegenwart, nämlich John Searle. Der kritische Überblick über dessen Ansichten, den unser ehemaliger Redaktionskollege liefert, geht dabei deutlich über nützliche Haushaltstips ("Verwenden Sie zum Anschneiden der Festtagstorte keinen Rasenmäher!") hinaus.

Einen weiteren bekannten Namen aus der Szene der Gegenwartsphilosophie dürfen wir Ihnen im zweiten Beitrag präsentieren – hier aber nicht als Objekt einer Untersuchung, sondern als Autor. David Armstrong setzt sich in einem Review mit Michael Tyes *Ten Problems of Consciousness* auseinander. Dass diese Auseinandersetzung schon etwas an Aktualität verloren hat, liegt leider nicht zuletzt am verzögerten Erscheinen unserer Zeitschrift – wir hoffen, Sie finden dennoch daran Gefallen.

Anschließend können Sie im Artikel von Johannes Czermak ausgesprochen verständlich dargestellt die (auch philosophischen) Grundlagen mathematischen Beweisens kennen lernen. Das stellt gewissermaßen eine Vorarbeit zur in der nächsten Nummer erscheinenden Präsentation von Gödels berühmtem Unvollständigkeitsbeweis dar.

Am Ende dieser Ausgabe greifen wir einen nun schon einige Zeit zurückliegenden Beitrag erneut auf. Dabei handelt es sich um die wenig schmeichelhafte Besprechung von Frank Forrests *Valuemetrics*[ℵ] durch unseren Redaktionskollegen Hanspeter Fetz in KRITERION Nr.8. Nun meldet sich Rem Edwards als Mitherausgeber der Serie, in der Forrests Buch erschienen ist, zu Wort, um es zu verteidigen. Hanspeter Fetz begründet anschließend noch kurz, weshalb ihn diese Verteidigung nicht zu überzeugen vermag und er bei seinem ursprünglichen Urteil bleibt.

Soweit das Menü – wir wünschen guten Appetit.

Ihre KRITERION-Crew

KRITERION, Nr.13 (1999), pp.3–11

Wolfgang Huemer

BEMERKUNGEN ZU SEARLES PHILOSOPHIE DES GEISTES

> "Die äußere Wahrnehmung ist eine beständige Prätention, etwas zu leisten, was sie ihrem eigenen Wesen nach zu leisten außerstande ist. Also gewissermaßen ein Widerspruch gehört zu ihrem Wesen." (Hua XI, p.3)

Mit diesen Worten beginnt Edmund Husserl seine Vorlesung über Analysen zur passiven Synthesis im Jahre 1920. Der Widerspruch, den er gleich zu Beginn seiner Ausführungen anspricht, zielt auf folgendes ab: Wenn ich einen Tisch sehe, so ist in meinem Blickfeld nur die Vorderseite bzw. die Oberfläche gegeben; ich sehe den Tisch nur von einer Perspektive. Die Rückseite, die Seitenflächen etc. könnte ich nur sehen, wenn ich um den Tisch herumginge. Dennoch sehe ich den Tisch, den ganzen Tisch und nicht nur die Vorderseite. In diesem Artikel will ich auf einen modernen Vorschlag eingehen, nämlich die Hintergrund-Hypothese John Searles, der abzielt, u.a. dieses Phänomen zu erklären. Searle entwickelt diese Hypothese erstmals Anfang der 70er Jahre[1] anhand sprachphilosophischer Überlegungen, die das Verständnis der buchstäblichen Bedeutung eines Wortes betreffen. Kurz gefaßt besagt die Hintergrund-Hypothese in diesem Zusammenhang, "that the notion of the literal meaning of a sentence is not a contextfree notion; it only has application relative to a set of preintentional Background assumptions and practices." (Searle, 1983, p.145). Searle verdeutlicht dies anhand des folgenden Beispieles: In den Sätzen

(1) Sam cut the grass.
(2) Sally cut the cake.
(3) Bill cut the cloth.
(4) I just cut my skin.

wird das Wort 'cut' in derselben, nämlich in seiner buchstäblichen Bedeutung verwendet. Dennoch ist die eigentliche Bedeutung von 'cut' in jedem der vier Sätze verschieden. Dies wird klar, wenn man die korrespondierende Imperativform der Sätze als Beispiel nimmt. Wenn ich zu jemandem sage

(5) Cut the cake!

und er/sie holt einen Rasenmäher, um den Befehl auszuführen, würden wir wohl sagen, er/sie habe etwas falsch verstanden. Hier zeigt sich, daß selbst das Verständnis der eigentlichen Bedeutung eines Wortes nur vor einem Hintergrund weiterer "Annahmen"[2] und Fähigkeiten möglich ist; in diesem Fall von "Annahmen" wie "Kuchen werden normalerweise mit Messern (und nicht mit Rasenmähern) geschnitten." Erst durch einen Hintergrund, der diese (oder ähnliche) "Annahmen" enthält, erhält das Wort 'cut' in den Sätzen (2) und (5) seine eigentliche Bedeutung. Vor einem anderen Hintergrund würde dasselbe Wort eine andere Bedeutung erhalten.

In seinem 1983 erschienen Buch *Intentionality* wendet sich John Searle der Philosophie des Geistes zu. Er geht davon aus, daß die Sprachphilosophie ein Teilgebiet der Philosophie des Geistes sei und verwendet viele der in der Sprachphilosophie gewonnenen Erkenntnisse zur Klärung von (allgemeineren) Problemen aus der Philosophie des Geistes. Unter anderem greift er auf die Hintergrund-Hypothese zurück, um das Zustandekommen von Intentionalität und die Tatsache, wie wir – um auf das eingangs erwähnte Beispiel zurückzugreifen –

1. Vgl. Searle (1992, p.175). Searle hat diese Hypothese erstmals in (Searle, 1978) veröffentlicht.

2. Die Hintergrund-"annahmen" sind nach Searle nicht intentional. Um anzudeuten, daß es sich hier nicht um Annahmen im alltagssprachlichen Sinn handelt, habe ich mich entschlossen, das Wort unter Anführungszeichen zu setzen.

den Tisch *als* Tisch sehen können, zu erklären. In den darauffolgenden Jahren erfährt die Hintergrund-Hypothese einige Wandlungen, die 1992 in dem Buch *The Rediscovery of the Mind* dokumentiert werden. In seinem neuesten Buch *The Construction of Social Reality* (1995) greift Searle die Hintergrund-Hypothese nochmals auf, um soziale Phänomene zu erklären. Im folgenden will ich die Hintergrund-Hypothese Searles darstellen und kritisieren.

Kein intentionaler Zustand kann, so Searle, isoliert seine Erfüllungsbedingungen und damit (in nicht-Searlscher Terminologie) seinen intentionalen Gegenstand bestimmen.

> "Intentional phenomena such as meanings, understandings, interpretations, beliefs, desires, and experiences only function within a set of Background capacities that are not themselves intentional. Another way to state this thesis is to say that all representation, whether in language, thought, or experience, only succeeds in representing given a set of nonrepresentational capacities." (Searle, 1992, p.175)

Searle gibt zwar kein schlagendes Argument[3] für die Annahme eines solchen Hintergrundes an, versucht aber, durch mehrere Beispiele diese Hypothese plausibel zu machen. Eines dieser Beispiele ist die eigentliche Bedeutung eines Wortes, die, wie wir oben gesehen haben, nur mithilfe des Hintergrundes zustande kommen kann. Ein weiteres sind grammatikalisch wohlgeformte, aber dennoch unverständliche Sätze wie z.B. "Sally cut the mountain", "Bill cut the sun" oder "Joe cut the lake", die uns alle unverständlich sind, weil wir, so Searle, keinen geeigneten Hintergrund haben, vor dem wir die Sätze verstehen können. (Und das, obwohl die Bedeutung jedes einzelnen Wortes klar ist, und die Sätze grammatikalisch wohlgeformt sind). Nach Searle ist es aber leicht möglich, einen Hintergrund für diese Sätze zu bestimmen, der ein Verständnis dieser Worte ermöglicht:

> "It would be easy to invent a Background practice that would fix a literal interpretation of each of these sentences, but without such a practice, we do not know to apply the literal meaning of the sentence" (Searle, 1992, p.181)

Als weitere Hinweise für die Existenz des Hintergrundes führt Searle unsere Fähigkeit an, Metaphern zu verstehen, sowie physische Fähigkeiten wie Schi- oder radfahren, die anhand expliziter Regeln gelernt werden ("Bergschulter vor!", "Talschi belasten!" etc.); mit zunehmender Übung werden diese Regeln aber immer unwichtiger, *the body takes over*[4]. Dabei ist festzuhalten, daß diese Regeln durch das Training nicht ins Unbewußte "absinken", sondern Teil des Hintergrundes werden. Genau genommen beherrscht man also mit der Zeit die Regeln nicht immer besser, sie werden mehr und mehr irrelevant. Wenn ein Abfahrtsläufer in einem Schirennen mit 100 km/h fährt, und dabei viele kleine Unebenheiten des Terrains ausgleichen muß, dann ist er intentional nur auf den erwünschten Sieg gerichtet. Die vielen kleinen Ausgleichungen der Unebenheiten des Terrains kann man durch die Annahme, der Sportler mache sehr schnelle, unbewußte Berechnungen, wesentlich schlechter erklären als durch die Annahme, daß sein Körper durch ein spezielles Training die Fähigkeit erworben hat, diese Unebenheiten auszugleichen. Und das ist eben eine Hintergrund-fähigkeit.

Mit diesen Beispielen will Searle die Hintergrund-Hypothese plausibel machen. Seiner Theorie zufolge gilt sie aber nicht nur für Fälle wie das Verständnis der buchstäblichen Bedeutung eines Wortes oder körperliche Fähigkeiten, sondern für *alle* intentionalen Zustände. Wenn ich etwa den Wunsch habe, Österreichischer Bundespräsident zu werden, setzt das voraus, daß ich weiß, daß Österreich eine Republik ist, daß hier regelmäßig Wahlen stattfinden, daß jede/r Österreichische Staatsbürger/in sich zur Wahl aufstellen lassen kann, etc. Oder wenn ich diesen Tisch hier sehe, und nicht nur eine

3. "I know of no demonstrative arguments that would prove the existence of the Background" (Searle, 1983, p.144).

4. Vgl. Searle (1983, p.150f).

braune, rhomboide Fläche, dann nur, weil ich weiß, daß räumlich ausgedehnte Gegenstände normalerweise nicht nur eine Vorder- sondern auch eine Rückseite haben, daß Tische Füße haben, daß sie solide sind, daß man Bücher darauflegen kann etc.

Obwohl die Hintergrund-"annahmen" nicht intentional sind, können sie sich als falsch erweisen; das sind sogar sehr wertvolle Fälle, denn dann wird der Hintergrund (oder zumindest ein Teil davon) manifest: Searle spricht in diesem Fall von einem *breakdown of the Background.* Als Beispiel dafür führt er die Erfahrungen eines *visiting philosophers* in Berkeley an, der sich von Searles Theorie erst durch das folgende Erlebnis überzeugen ließ:

> "One day, a small earthquake occured. This convinced him because, as he later told me, he had not, prior to that moment, had a belief or a conviction of a hypothesis that the earth does not move; he had simply taken it for granted. The point is 'taking something for granted' need not name an intentional state on all fours with believing and hypothesizing." (Searle, 1992, p.184f)

Manche dieser Hintergrund-"annahmen" und -fähigkeiten können also auch, wie man an diesem Beispiel sieht, in das Bewußtsein geholt werden. Im Falle dieses visiting philosophers in Berkeley ist durch das Erdbeben eben die Hintergrund-"annahme" that the earth does not move ins Bewußtsein gerückt (und dabei als falsch erkannt) worden. Als bewußte Annahme hat sie intentionale Struktur, und braucht also selbst auch wieder einen Hintergrund, um ihre Erfüllungsbedingungen zu bestimmen. Aus diesem Grunde können prinzipiell niemals alle Hintergrund-"annahmen" gleichzeitig bewußt gemacht werden. Selbst wenn wir die Kapazitäten hätten, diese große Zahl von "Annahmen" und Fähigkeiten gleichzeitig bewußt zu machen, bräuchten wir doch immer noch einen Hintergrund, da es sich ja (sobald sie bewußt sind) um intentionale Annahmen handelt. An diesen Beispielen sieht man auch, daß man, nach Searle, etwas für wahr halten kann, ohne jemals in einem intentionalem Zustand mit dem betreffenden Inhalt gewesen zu sein. Ein typisches Beispiel dafür ist die "Annahme", daß die Welt unabhängig von mir existiert, die wohl die meisten Menschen (soweit sie nicht Philosophie studiert haben) teilen, ohne jemals eine dementsprechende Annahme bewußt getroffen zu haben[5].

Eine weitere Bestimmung des Hintergrundes ist nach Searle die Tatsache, daß derselbe Typ von intentionalem Gehalt vor verschiedenen Hintergründen verschiedene Erfüllungsbedingungen haben kann, (vor manchen Hintergründen hat er ev. gar keine Erfüllungsbedingungen)[6], d.h. daß sich derselbe Typ von intentionalem Gehalt auf verschiedene (oder gar keine) intentionale Gegenstände beziehen kann, je nachdem, vor welchem Hintergrund er stattfindet, wie auch ein und dasselbe Wort vor verschiedenen Hintergründen verschiedene Bedeutungen haben kann.

Durch Intentionalität kann der Hintergrund auch erweitert werden. Wenn ich etwa anhand expliziter (und intentionaler) Regeln lerne, wie man Schi fährt oder Kontrabaß spielt, dann benötigt es einige Zeit und viel Übung, um diese Regeln, die man von seinem Lehrer vermittelt bekommt, in den Hintergrund zu übertragen. Thus, "Intentionality tends to rise the level of the Background abilities". Es handelt sich dabei nach Searle um "higher level intentional actions" (Searle, 1992, p.195). Werden diese Handlungen aber ausgeführt, so reicht, wie Searle es ausdrückt, die Intentionalität bis an den Boden des Hintergrundes, das heißt, bis zu einfachen intentionalen Handlungen, aus denen sich die higher level intentional actions zusammensetzen.

> "Thus, for example, though I do not require a separate intention to move my arms and legs when I ski or to move my mouth when I talk, nonetheless all of these movements are done intentionally." (Searle, 1992, pp.195ff)

5. Vgl. Searle (1992, p.185). In früheren Texten hat Searle diesen Punkt noch abgelehnt, vgl. Searle (1991, p. 292).

6. Vgl. Searle (1992, p.190f).

Searle stellt fest, daß der Hintergrund mental ist, und nicht, wie man meinen könnte, "a product of social interaction, or that it is primarily biological, or even, that it consists of actual objects in the world such as chairs and tables, hammers and nails" (Searle, 1983, pp.153f). Dennoch ist der Hintergrund aber von der biologischen Konstitution und den sozialen Beziehungen und wohl auch der gemachten Erfahrungen des jeweiligen Individuums abhängig.

Nach Searle kann man zwar (noch) keine genaue Systematik des Hintergrundes entwerfen, man kann aber einige intuitive Unterscheidungen treffen. Searle trifft im folgenden zwei Unterscheidungen, nämlich die zwischen tiefem und lokalem Hintergrund und die zwischen dem *knowing, how to do things* und *knowing, how things are.*

- Der *tiefe Hintergrund* umfaßt Fähigkeiten, die allen normalen Menschen aufgrund ihres biologischen Aufbaus gemein sind. Searle rechnet dazu "capacities such as walking, eating, grasping, perceiving, recognising, and the preintentional stance that takes account of the solidity of things, and the independent existence of objects and other people" (Searle, 1983, p.143f).
- Der *lokale Hintergrund* umfaßt kulturelles Wissen etwa, wie man eine Türe öffnet, was ein Kühlschrank, Geld oder eine Cocktail party ist, etc.

In seinem Buch *Intentionality* unterscheidet Searle noch zwischen einem Netzwerk von intentionalen Einstellungen und einem Hintergrund nichtintentionaler Fähigkeiten. Jeder intentionale Zustand braucht, so seine damalige Theorie, ein Netzwerk von unbewußten intentionalen Zuständen und einen Hintergrund von Praktiken und vorintentionalen "Annahmen", um seine Erfüllungsbedingungen bestimmen und somit intentional sein zu können. Wenn ich etwa den Wunsch habe, den neuen Film von Woody Allen zu sehen, dann muß ich außerdem noch einige andere Annahmen für wahr halten. So muß ich z.B. davon überzeugt sein, daß Woody Allen einen neuen Film gedreht hat, daß es Kinos gibt, in denen dieser Film gezeigt wird, etc. Nach Searles frühem Ansatz besteht dieses Netzwerk aus (zum Zeitpunkt des Wunsches) unbewußten *intentionalen* Annahmen, die, genauso wie der Wunsch, einen Hintergrund brauchen, um intentional sein zu können, sie schatten sich also in einen Hintergrund ab.

Durch eine Änderung seiner Position bezüglich unbewußter Annahmen sieht sich Searle später auch gezwungen, diese Unterscheidung aufzugeben. In dem Buch *The Rediscovery of the Mind* bestimmt er das Netzwerk als Teil des Hintergrundes, es ist somit, genauso wie der Rest des Hintergrundes, nichtintentional. Searle erklärt diesen Wechsel folgendermaßen:

> "What goes on in the brain, other than consciousness, has an occurrent reality that is neurophysiological rather than psychological. When we speak of unconscious states, we are speaking of the capacities of the brain to generate consciousness. Furthermore, some capacities of the brain do not generate consciousness, but rather function to fit the application of the conscious states. They enable me to walk, run, write, speak, etc." (Searle, 1992, p.188)

Die unbewußten "Annahmen" des Netzwerkes sind also nur dispositionale Fähigkeiten, die bewußte Annahmen verursachen können. Die Fähigkeit, eine bewußte Annahme verursachen zu können ist aber nicht selbst intentional und unterscheidet sich somit auch nicht von den anderen Hintergrund-fähigkeiten. Searle hat die Unterscheidung zwischen Netzwerk und Hintergrund in *Intentionality* aber gerade eingeführt, um intentionale von nichtintentionalen Hintergrund-"annahmen" unterscheiden zu können. Stattdessen unterscheidet er in seinem späteren Ansatz

1.) zwischen dem, was im Zentrum und dem, was in der Peripherie der Aufmerksamkeit ist;
2.) zwischen repräsentationalen und nichtrepräsentationalen (und somit intentionalen und

nichtinentionalen) mentalen Phänomenen;
3.) zwischen Fähigkeiten und deren Manifestationen; und
4.) zwischen dem, was uns aktuell beschäftigt und dem, was wir für gegeben halten.[7]

Eine wichtige Eigenschaft des Hintergrundes ist nach Searle die Tatsache, daß die Hintergrund-"annahmen" und -fähigkeiten (wie bereits oben erwähnt) nicht intentional sind. (Aus diesem Grund zieht Searle auch Wörter wie 'practices', 'capacities' oder 'abilities' dem Wort 'assumptions' vor). Das einzige Argument, das Searle anführt, um diese These zu erhärten, ist ein drohender infiniter Regreß im Falle der gegenteiligen Annahme. Denn Intentionalität ist nur möglich vor einem Hintergrund. Wenn nun dieser Hintergrund selbst intentional ist, braucht er einen weiteren Hintergrund, und dieser wiederum einen anderen Hintergrund etc. *ad infinitum.*

Diese These von der Nichtintentionalität des Hintergrundes ist von mehreren Seiten kritisiert worden. Tatsächlich ist ja die Vermeidung eines unendlichen Regresses das einzige Argument, das Searle dafür gibt. Mir erscheint diese These unplausibel. Besonders unverständlich erscheint mir, wie eine Hintergrund-"annahme", wenn sie aus dem Hintergrund in das Bewußtsein "gefischt" wird, plötzlich intentional werden kann. Die Hintergrund-"annahme" muß also, wenn sie bewußt gemacht wird, einer merkwürdigen Modifikation unterzogen werden, die ihr Intentionalität verleiht und sie somit wesentlich verändert. Searle erklärt diesen Schritt nicht. In seinem Buch *The Rediscovery of the Mind* spitzt er das Problem sogar noch zu, indem er (wie bereits erwähnt) das Netzwerk intentionaler Einstellungen durch einen Hintergrund von Fähigkeiten, intentionale Einstellungen hervorrufen zu können, ersetzt. Dabei bleibt er aber unklar, was er genau mit 'Fähigkeit' meint. Denn es kann sich dabei um *eine* Fähigkeit handeln, verschiedenste Hintergrund-"annahmen" bewußt zu machen (so wie es sich etwa bei meiner Fähigkeit, Bücher hochzuheben, um eine (die gleiche) Fähigkeit handelt, egal, *welches* Buch ich hochhebe). Dann scheint es aber unverständlich, wie eine solche Fähigkeit die Erfüllungsbedingungen eines intentionalen Zustandes bestimmen kann, da sie ja keine inhaltlichen Bestimmungen hat. Auf der anderen Seite könnte es sich aber auch um Fähigkeiten handeln, ganz spezifische Hintergrund-"annahmen" bewußt zu machen. In diesem Fall wäre die Fähigkeit, meine "Annahme", *daß die Welt unabhängig von mir existiert*, bewußt zu machen zu unterscheiden von der Fähigkeit, die "Annahme", *daß dieser Tisch eine Rückseite hat*, bewußt zu machen. In diesem Fall kann man sich schon eher vorstellen, daß diese Fähigkeiten die Erfüllungsbedingungen des intentionalen Zustandes (mit)bestimmen, aber nur, weil sie in der "daß"-Klausel eine intentionale Annahme enthalten. Damit wird die Intentionalität in den Hintergrund geschmuggelt, von der Nichtintentionalität des Hintergrundes zu sprechen wäre also witzlos.

Weiters ist m.E. die These, daß der Hintergrund sich als falsch erweisen, also einen *breakdown* erleiden kann, obwohl er nichtintentional ist, problematisch. Denn hier taucht natürlich die Frage auf, *was* eine "Annahme" wahr oder falsch macht, die auf nichts gerichtet ist. (Searle meint hier ja wahrscheinlich nur Hintergrund-"annahmen", denn motorische Fähigkeiten wie Schi- oder Radfahren können sich ja wohl kaum als falsch erweisen.) Nur eine Annahme, die intentional auf einen Gegenstand oder eine Tatsache gerichtet ist, kann ihren "Wahrmacher" (oder besser: ihren "Falschmacher") bestimmen. Aus diesem Grund hat wohl Hubert Dreyfus die These aufgestellt, daß diese Hintergrund-"annahmen" eine quasi-intentionale Struktur hätten[8]. Doch dieser Ausweg hilft natürlich auch nicht weiter, da Dreyfus weder erklärt, wie diese quasi-intentionale Struktur

7. Vgl. Searle (1992, p.189).

8. Vgl. Dreyfus (1980, p.79).

zustandekommen könne, noch, wie sie aussieht. Es wird aber deutlich, daß hier tatsächlich ein Problem besteht und daß man in Berkeley dieses Problem auch erkannt hat.

Daß das Argument der Vermeidung des infiniten Regresses nicht unbedingt zu der These der Nichtintentionalität des Hintergrundes führen muß, hat David Armstrong demonstriert, indem er eine weitere Möglichkeit aufgezeigt hat:

> "Why should we not answer by saying that the central class of cases of Intentionality presuppose a Background which also has Intentionality, but this Background or some Background of this Background, lacks further Background?" (Armstrong, 1991, p.152).

Armstrong verweist auf ein Argument von Daniel Dennett mit den *immer dümmer werdenden* Homunculi. Dabei argumentiert Dennett, daß man höhere mentale Aktivitäten durch das Zusammenwirken mehrerer einfacherer Aktivitäten erklären kann, die sich wiederum aus dem Zusammenwirken noch einfacherer Aktivitäten erklären. Wenn ein Computerprogramm etwa eine komplexe Aufgabe lösen kann, dann nur, weil in einem Programm die komplexe Aufgabe in einfachere Schritte zerlegt wird. Diese einfacheren Schritte werden wiederum in einzelne Befehle der Programmiersprache zergliedert, die wiederum in Befehle der Maschinensprache zerlegt werden, die dann ihrerseits nur mit 0 und 1 arbeitet. So erklärt Dennett das Zustandekommen von Intentionalität in Maschinen am Beispiel des Verstehens der englischen Sprache[9] oder des Sehens[10]. Die jeweilige Aufgabe, eine Intentionalitätsbeziehung herzustellen wird in der eben angesprochenen Art zergliedert, bis, auf der untersten Stufe, die Intentionalität *entlassen* ("discharged"), also durch die Funktionsweise der Maschine auf physikalischer Ebene erklärt wird. Armstrong meint in Anlehnung daran:

> "I think that this may be a way to understand the relation of Intentional states to Background. We are inclined to think of the fully developed Intentional states as analyzable, both synchronically and diachronically, into organized complexes of simpler systems. The Background capacities will be typical examples of such simpler systems. These simpler systems will still have Intentionality, but it will be a lower grade of Intentionality. Then so on down to the systems to such things as mere negative feedback mechanisms, and below that again to mere dispositions and their manifestations. (Dispositions, which are things which have manifestations that may not actually be manifested, have the lowest grade of intentionality at all. But they have a very first approximation to intentionality for all that.)" (Armstrong, 1991, p.153)

Searle wendet gegen diese Argumentation zwar ein, daß jede Form der menschlichen Intentionalität immer noch einen weiteren Hintergrund voraussetzen würde, zudem könne Intentionalität bestehen oder nicht bestehen, es mache aber keinen Sinn, von verschiedenen Graden der Intentionalität zu sprechen.[11] Diese Argumentation mit den immer einfacheren Stufen der Intentionalität ist aber sehr wohl verträglich mit der Annahme von "biologically primitive Intentional states which do not require a Network, or perhaps not even a Background" (Searle 1983, p.141, Fn. 1), die Searle in einer Fußnote erwägt. Man könnte versuchen, auf der Basis dieser primitiven biologischen (und teilweise) intentionalen Zustände einen minimalen Hintergrund zu etablieren, der die Intentionalität einer Reihe von weniger primitiven intentionalen Zuständen ermöglicht. Diese könnten dann einen weiteren Hintergrund für andere intentionale Zustände bilden usw., bis das Phänomen des Hintergrundes völlig erklärt ist. Der Hintergrund könnte demnach in diesen primitven Zuständen *verankert* werden. Dennoch wehrt sich Searle gegen die Möglichkeit von immer dümmer werdenden Homunculi in seiner Antwort auf den Artikel Armstrongs (Searle 1991).

9. Vgl. Dennett (1978, pp 80f sowie pp.122-125).
10. Vgl. Dennett (1991, pp.85f).
11. Vgl. Searle, (1991, p.185).

Ich will an dieser Stelle nicht eine Theorie von immer dümmer werdenden Homunculi vertreten wie Armstrong, noch eine Strategie der Verankerung ausarbeiten. Ich habe diese Argumentationslinien nur deshalb angeführt, weil ich glaube, daß sie etwas wichtiges zeigen: nämlich, daß Searles Vorgangsweise, mithilfe des infiniten Regresses für die Nichtintentionalität des Hintergrundes zu argumentieren, falsch ist. Falsch, weil sie implizite Voraussetzungen macht, die, wie wir im Falle Armstrongs und Dennetts gesehen haben, nicht unbedingt geteilt werden müssen. Es ist also durchaus möglich, konsistent die Meinung zu vertreten, daß zumindest ein Teil des Hintergrundes intentional ist. Aber auch falsch, weil die These der Nichtintentionalität des Hintergrundes, wie mir scheint, durch die Erfahrung nicht bestätigt werden kann. Dies ist ein Hinweis dafür, daß in der Philosophie des Geistes die erlebnismäßige Komponente des Bewußtseins stärker in den Vordergrund gerückt werden muß und also eine reflexive (phänomenologische) Methode den Ausgangspunkt darstellen sollte.

Ein weiterer Punkt, in dem Searles Ansatz enttäuscht, ist, daß er weder ein schlagendes Argument für die Existenz eines Hintergrundes angibt, noch erklärt, wie der Hintergrund in den gegenwärtigen intentionalen Zustand einfließen kann. Auch wenn die Behauptung, daß es so etwas wie einen Hintergrund geben müsse, überzeugt, so gilt es doch, aufzuweisen, wie unbewußte "Annahmen" den intentionalen Gegenstand des gegenwärtigen Zustandes bestimmen können. Der Hintergrund müsste sich also als Teil der intentionalen Struktur der bewußten Zustände aufweisen lassen können. Das würde aber eine Analyse der Intentionalitätsbeziehung voraussetzen, die tiefer greift als die von Searle.

Abgesehen davon müßte man verschiedene Ebenen unterscheiden können, auf denen der Hintergrund die Erfüllungsbedingungen des aktuellen intentionalen Zustandes bestimmt. Wenn Searle auch zurecht behauptet, es sei nicht leicht, eine vollständige Taxonomie des Hintergrundes zu erstellen, so denke ich, daß man neben den Unterscheidungen, die er anführt, noch weitere wichtige Unterscheidungen treffen kann.

Kehren wir zu dem eingangs erwähnten Beispiel zurück: Wenn ich diesen Tisch vor mir sehe, dann ist nur die Oberfläche in meinem Blickfeld einsichtig. Dennoch *sehe* ich den ganzen Tisch. Ich weiß, daß ich, wenn ich um den Tisch herumgehen würde, die Rückseite sehen könnte, weiß, daß er solide ist, daß ich meine Bücher auf ihn legen und mich daran abstützen kann. Wenn dies für mich aber nicht irgendein Tisch ist, sondern mein Tisch, den ich schon lange besitze und genau kenne, dann weiß ich nicht nur, daß er eine (unbestimmte) Rückseite hat, sondern ich weiß, daß er z.B. einige Kratzer auf der Rückseite hat, daß sie nicht, wie die Oberfläche, braun ist, sondern rot-grün kariert, daß in der Seite ein Geheimfach eingebaut ist etc. Mit dem Sehen des Tisches eröffnet sich mir also auch ein gewisser Erwartungshorizont, der stark von meinen bisherigen Erfahrungen abhängt. All dieses Wissen ändert mein Seherlebnis. Aufgrund dieses Beispieles können wir verschiedene Ebenen von Hintergrund-"annahmen" unterscheiden: Neben dem *tiefen Hintergrund*, durch den ich den Tisch, abgetrennt vom räumlichen Hintergrund, als raumzeitlich ausgedehnten soliden Gegenstand sehe und dem *lokalen Hintergrund*, durch den ich ihn *als* Tisch sehe, auf dem man seine Bücher ablegen, arbeiten oder essen kann etc. kann man noch einen *persönlichen Hintergrund* unterscheiden, durch den ich den Tisch *als meinen* Tisch sehe, also als Tisch mit rot-grün karierter Rückseite, mit Geheimfach etc.

Eine offensichtliche Unterscheidung zeichnet sich schon in Searles Texten ab: Der Hintergrund besteht aus körperlichen Fähigkeiten (wie Schifahren etc.) sowie anderen Hintergrund-"annahmen". Elmar Holenstein zeigt noch eine Unterscheidung auf, die man bzgl. der motorischen Hintergrund-fähigkeiten treffen kann:

> "Ein Handlungsverlauf, der nach sinnvollen Regeln eingeübt worden ist, kann mit der Zeit automatisch vollzogen werden. Die anfängliche Motivation, durch den Sinn oder die Funktion der einzelnen Handlungsphasen ist dann ersetzt worden durch eine assoziative Motivation. Die eine Phase löst die andere assoziativ aus. Prozesse dieser Art nennt Husserl »sekundär passive« Prozesse im Gegensatz zu den »primär passiven« Prozessen, die schon immer assoziativ abgelaufen sind." (Holenstein, 1985, p.246).

Es erscheint mir auch noch erwähnenswert, daß Searle kaum auf den Ursprung der Hintergrund-"annahmen" eingeht. Die einzige Ausnahme ist das Eintrainieren physischer Fähigkeiten. Viele Hintergrund-"annahmen" erwirbt man aber nicht durch Training, sondern durch Erfahrung, sie stellen also eine Art von Erinnerung dar. Deutlich wird das, wenn man das Beispiel des Sehens des Tisches in Erinnerung ruft: Wenn ich den Tisch gut kenne, sehe ich ihn anders als wenn ich ihn zum ersten Mal sehe. Warum? Weil ich meinen Tisch schon oft zuvor gesehen habe, und zwar nicht nur die Seite, die ich gerade sehe, sondern auch andere Seiten. An diese Seherlebnisse erinnere ich mich jetzt (beim erneuten Sehen des Tisches) *in gewisser Weise*[12]. Die Frage des Gewinnens von Hintergrund-"annahmen" ist relevant, weil sie uns über die Struktur dieser "Annahmen" etwas sagen kann. Ich denke etwa, daß man, wenn man die Rolle der Erinnerung für den Hintergrund in Betracht zieht, die These der Nichtintentionalität des Hintergrundes kaum vertreten wird.

Man müßte also mindestens unterscheiden können:

- zwischen verschiedenen Ebenen des Hintergrundes (neben dem *tiefen* und dem *lokalen Hintergrund* müßte es also zumindest auch noch einen *persönlichen Hintergrund* geben)
- zwischen intentionalen und nichtintentionalen Hintergrund-"annahmen" bzw. -praktiken oder -fähigkeiten
- zwischen motorischen Hintergrund-fähigkeiten und nichtmotorischen Hintergrund-"annahmen" und -praktiken, wobei man die motorischen unterscheiden kann in erworbene und nicht-erworbene Fähigkeiten
- zwischen verschiedenen Arten des Erwerbs von Hintergrund-"annahmen" und fähigkeiten.

Auf der Basis dieser Unterscheidungen (die teilweise wohl kreuzweise verlaufen) könnte man eine genauere "Geographie" des Hintergrundes entwerfen.

Zusammenfassend kann man festhalten, daß Searle mit seiner Hintergrund-Hypothese auf ein interessantes Phänomen aufmerksam macht, das er mit Beispielen gut illustriert. Er versäumt aber, zu erklären, wie der Hintergrund die Erfüllungsbedingungen des gegenwärtigen intentionalen Zustandes bestimmen kann, was aber für eine echte Lösung des eingangs erwähnten Husserlschen Problems nötig wäre. Zudem erscheint die These von der Nichintentionalität des Hintergrundes problematisch. Schließlich denke ich, daß man, will man die Hintergrund-Hypothese überzeugend formulieren, weitere Unterscheidungen treffen muß. So wäre es etwa wichtig, verschiedene Ebenen des Hintergrundes oder verschiedene Arten des Erwerbs der Hintergrundannahmen zu unterscheiden.

12. Es kann sich dabei natürlich nicht um Akte des Wiedererinnerns handeln, da diese Erinnerungen ja Teil des gegenwärtigen Wahrnehmungsaktes sind.

Literatur

Armstrong, David M. (1991). "Intentionality, Perception, and Causality: Reflections on John Searle's *Intentionality*". In: Lepore, Ernest / Van Gulick, Robert (Hg.): *John Searle and his Critics*. Cambridge: Blackwell, pp.149-158.

Dennett, Daniel C. (1978). *Brainstorms: Philosophical Essays on Mind and Psychology.* Cambridge: M.I.T. Press.

Dennett, Daniel C. (1991). *Consciousness Explained.* Boston: Little, Brown and Company.

Dreyfus, Hubert. (1980). "Dasein's Revange: Methodological Solipsism as an Unsuccessful Escape Strategy in Psychology". In: *The Behavioral and Brain Sciences* 3, pp.78-79.

Holenstein, Elmar. (1985). "Searles Hintergrund. Neue Beiträge zum Intentionalitätsproblem" In: Rodi, Frithjof (Hg.): *Dilthey Jahrbuch für Philosophie und Geschichte der Geisteswissenschaften.* Göttingen: Vandenhoeck & Ruprecht, pp.235-259.

Husserl, Edmund (Hua XI). *Analysen zur passiven Synthesis: Aus Vorlesungs- und Forschungsmanuskripten 1918-1926.* Hg. von Margot Fleischer. Den Haag: Nijhoff, 1966.

Searle, John (1978). "Literal Meaning". In: *Erkenntnis* 13, 207-224 (wiederabgedr. in: Searle: *Expression and Meaning.* Cambridge: Cambridge University Press, 1979).

Searle, John (1983). *Intentionaliy: An Essay in the Philosophy of Mind.* Cambridge: Cambridge University Press.

Searle, John (1991). "Response: The Background of Intentionality and Action". In: Lepore, Ernest / Van Gulick, Robert (Hg.): *John Searle and his Critics.* Cambridge: Blackwell, pp.181-192.

Searle, John (1992). *The Rediscovery of the Mind.* Cambridge: M.I.T. Press.

Searle, John (1995). *The Construction of Social Reality.* New York: Free Press.

KRITERION, Nr. 13 (1999), pp. 12–15

David M. Armstrong

QUALIA AIN'T IN THE HEAD

Review of: Tye, Michael (1995), *Ten Problems of Consciousness: A Representational Theory of the Phenomenal Mind*. Cambridge, Massachusetts: MIT Press. xvi, 248p. ISBN: 0-262-20103-8.

1.1 Brian McLaughlin says on the jacket of this book that it is "the most developed intentional theory of consciousness to date". "Intentional" here has nothing to do with intentions. It simply means that consciousness always *represents* and so may misrepresent, even to the extent of presenting what does not exist. I agree with McLaughlin's assessment. If he and I are right, then this is a very important book. I declare an interest, though. I accept the intentional theory of consciousness. I think, in particular, that all consciousness is awareness of various sorts, though of course the word "awareness" is not to be taken as a success-word here. There can be mistaken awareness.

1.2 Tye's title is to a degree misleading. He is not offering a general theory of consciousness but only of what he calls "phenomenal consciousness". The central case is perception, but Tye thinks it can be extended to after-images, bodily sensations, the having mental images (which he does not say very much about, perhaps because he has already written a separate book about it, 1991), and even emotions and moods. The great problem here for a materialist, as Tye is, is of course the dreaded *qualia* and with it the problem of the bat's eye view, or perhaps one should say the bat's sonar view.

1.3 Tye contrasts his account of consciousness with those who insist that "consciousness is a matter of turning one's attention inward and thinking about what is going on in one's own mind" (p. 5), and instances myself, David Rosenthal and Dan Dennett. This formulation sounds like David Rosenthal and is not my view. In a paper "What is Consciousness?" (1980) I distinguish minimal, perceptual and introspective consciousness, where perceptual consciousness is more or less Tye's phenomenal consciousness, though his term seems rather better than mine. Introspective consciousness I hold to be an *awareness* of the current state of our own mind, and draw what I take to be a demythologizing parallel with proprioceptive perception of the current state of our own body. Locke, who Tye mentions in this connection, and also Kant, thought of introspective consciousness as "inner sense" and such a conception, if it can be made good, might enable Tye to extend his account of phenomenal consciousness to this higher-order consciousness, with only a little stretching.

1.4 There is a tendency in our tradition to run together phenomenal consciousness with introspective consciousness. Tye will have nothing of this. He does not think that when, for instance, one is seeing, or seeming to see, one is automatically aware of this perceptual state that one is in. He indicates the some of the empirical evidence on this topic, evidence which seems to defeat the a priori reasonings of many philosophers. (For myself, I have found N.F. Dixon's work on subliminal perception - 1971, but not, I understand, superseded - very helpful here. Tye uses newer evidence from blindsight research, citing Weiskrantz, 1986, and devoting an appendix to further discussion of the phenomenon.) I am inclined to think that the phrase "perceptual *experience*" encapsulates the confused running together in philosopher's minds of perceptions of the world and introspective awareness of those perceptions. Indeed, the phrase "phenomenal consciousness" itself is potentially a little misleading.

1.5 By taking a perception of, say, a red cube against a flat green background as an intentional affair, Tye gets the redness of the cube, as well as its cubical shape, the greenness of the background as well as its flatness, out into the world, where they all appear to be. And if, as is possible, the whole perception is hallucinatory, then because perception is essentially representative, there is, or there need be, nothing that is actually red or green or cubical or flat in the world.

1.6 Tye thinks that there are ten problems about phenomenal consciousness that need to be resolved by a satisfactory theory. There is (i) the problem of ownership ("only I can have my own pain"); (ii) the problem of perspectival subjectivity ("what it is like"); (iii) the problem of mechanism (how do our brains produce what McGinn calls the "technicolour phenomenology"?); (iv) the problem of causation (can we give our perceptions any causal role, or must they be impotent?); (v) the problem of super blindsight (an imaginary subject who gets all the information ordinary people get from vision, but has no visual experience); (vi) the problem of duplicates (zombie duplicates of ourselves who lack phenomenal consciousness); (vii) the problem of the inverted spectrum (you see green where I see red); (ix) the problem of transparency (you can only say what an experience is an experience *of*); (x) the problem of the alien leg ("how can I feel a pain as a pain in *my* leg?"). His claim, argued in detail, is that only an intentional theory, which takes phenomenal consciousness to be essentially representative, can solve *all* of these problems.

1.7 This review will not discuss Tye's very useful exposition and discussion of all these topics. (He includes box summaries and even a few cartoons.) I will just make a few remarks. On the question whether only I can feel my pains Tye discusses a very complex case involving the dividing up of two brains, a case due to Arnold Zuboff but presented by Peter Unger (1990). A simpler case might be one of *siamese brains*. Suppose that a certain pair of twins has not merely portions of their bodies in common, just one liver and so on, but also a portion of their brain in common. Suppose, as a result, that they have just one pain-registering centre. Suppose, to make it simple, that a pain-receptor is stimulated in an overlapping portion of their bodies, and this registers in their brain. Given a materialist theory of mind, will they not have numerically the same pain?

1.8 The transparency of experience, its diaphanous quality except for the putative objects of experience, seems to me to be a fact, but some philosophers of mind would deny it. So I am not sure whether it should be presented as Tye presents it, as a datum to be explained. But it is certainly a pity that Tye does not mention Brian Farrell's fine paper "Experience" (1950) which emphasizes and argues for the featurelessness of experience (and, incidentally, briefly asks what it would be like to be a bat). There is a tendency in the rush and hurry of contemporary philosophy for important older but still relevant work to drop down the memory-hole.

1.9 An even more important omission, I think, is Elizabeth Anscombe's paper "The Intentionality of Sensation: A Grammatical Feature" (1965), though the appearance of the word "grammatical" is likely to put contemporary researchers off! She argued that perception has the classic features associated with intentionality: possible non-existence of the object (hallucination, etc.); non-substitutability of different descriptions of the object, where it does exist (it will only be perceived as having certain properties); possible indeterminacy of the object (it may be perceived imprecisely).

1.10 One difficulty for the programme Tye is pursuing lies in the secondary qualities. The difficulty is not so much intellectual but, so I have found, just getting a hearing or even an understanding. A Lockean, or internalist, account of colour, sound, taste and smell seems to hold contemporary philosophers in a vice-like grip. The idea that these qualities are not in the head, but are instead where their phenomenology seems to place them, things or properties out in the world, arouses enormous resistance! Tye's slogan that qualia ain't in the head is a splendid attention-getting device in these circumstances. The resistance seems not to be caused by the reflection that these properties present themselves as fairly simple, dissective properties, whereas their micro-physical correlates outside the head are quite complex and structured. For physicalist Lockeans seem quite happy to identify the internal qualia with brain-processes, and exactly the same difficulties, if not worse, arise with their preferred identification. Tye does say that "on the face of it, colours and other 'secondary qualities' pose a special difficulty for the theory I have been developing" (p. 144). But he devotes just under seven pages to the problem. I think what he says is fine as far as it goes, but quite a bit more needs to be said by way of overcoming the quite real phenomenological difficulties. My own most recent attempt to do a little more is in my 1987, appropriately in a book honouring Jack Smart.

1.11 Suppose that a purely intentionalist/representationalist theory of perception can be developed. Suppose that an account of bodily sensations can be developed as bodily perceptions (proprioceptions). Suppose that mental images can be argued to be what they appear to be: like perceptions, even if no more than like. Suppose that the emotions can be brought within this net. Suppose that introspective consciousness can be represented as a form of awareness, awareness of the mental, and so, among other things, as an awareness of first-order awarenesses. To do all this would all be a great triumph for the intentionalist programme. But, of course, for a materialist/physicalist like Tye or myself, the problems involved in the mind-body problem have been no more than reduced to one. What account can we give of intentionality? For we must concede Brentano, the pioneer of the intentional theory of the mind, the following point: intentionality does not *seem* to be a purely physical property. Tye gives the problem of the nature of intentionality only the briefest of discussions, in connection with perception, which he sees as a map-like type of representation. Fair enough, for he did not set out to solve it.

1.12 If one *does* want to move on to this problem that emerges, one could very well begin with a wonderful, and intellectually extremely accessible, Penguin book by Tim Crane: The Mechanical Mind (1995). It is the best treatment of the intentionality of the mental that I have yet come across.

1.13 I have in this review been interested in Tye's *research programme*, trying to give a general account of it, and so, I hope, showing its strength at the level of programme. There is much more in the book than that, much useful discussion of relative detail, and, of course, detailed discussion of the ten problems. I strongly recommend it.

References

Anscombe, G.E.M., "The Intentionality of Sensation: A Grammatical Feature". In: R.J. Butler (ed.), *Analytical Philosophy: Second Series*. Oxford: Blackwell 1965.

Armstrong, D.M., "What is Consciousness?". In: D.M. Armstrong, *The Nature of Mind and other Essays*. Ithaca, New York: Cornell University Press 1980.

Armstrong, D.M., "Smart and the Secondary Qualities". In: Philp Pettit, Richard Sylvan and Jean Norman (eds.), *Metaphysics and Morality: Essays in Honour of J.J.C. Smart*. Oxford: Blackwell 1987.

Crane, Tim, *The Mechanical Mind.* London: Penguin Books 1995.

Dixon, N.F., *Subliminal Perception: The Nature of a Controversy.* New York: McGraw-Hill 1971.

Farrell, Brian, "Experience", *Mind*, 49 (1950), pp.170-198. Reprinted in V.C. Chappel (ed.), *The Philosophy of Mind.* New Jersey: Prentice-Hall 1962.

Tye, Michael, *The Imagery Debate.* Cambridge, Mass.: MIT Press 1991.

Unger, Peter, *Identity, Consciousness, and Value.* Oxford: Oxford University Press 1990.

Weiskrantz, L, *Blindsight: A Case Study and Its Implications.* New York: Oxford University Press 1987.

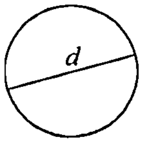
KRITERION, Nr. 13 (1999), pp.16–23

Johannes Czermak

WAS IST EIN MATHEMATISCHER BEWEIS?

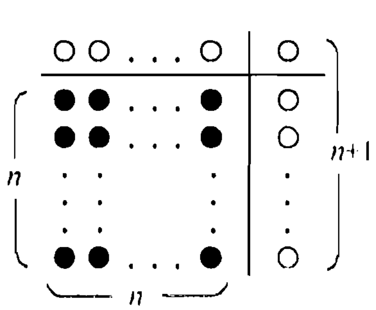
Wir befassen uns zunächst mit der Frage der Natur mathematischer Sätze und wie sie zu begründen sind.

Wir setzen den Beginn der Mathematik als theoretischer Wissenschaft mit Thales von Milet (um 600 v. Chr.) an, dem Proklos Diadochos (410–485 n. Chr.) nachsagt, er hätte als erster bewiesen, daß der Kreisdurchmesser den Kreis in zwei (gleiche) Hälften teilt:

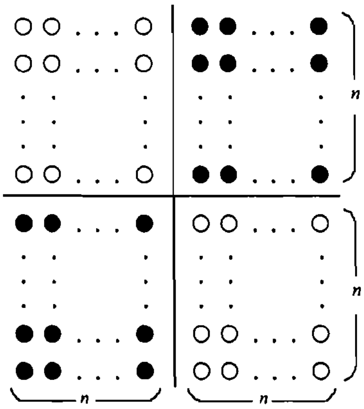


Dieser Satz ist anschaulich klar – wozu sollte man ihn dann noch beweisen? Allerdings handelt der Satz ja nicht von dem hier aufgezeichneten "Kreis", den man anschauen kann, sondern von einem idealen Objekt, das man niemals aufzeichnen kann und wo man sich nicht einfach auf die Anschauung berufen kann.

Für Pythagoras von Samos (etwa 580–500) war das Wesen der Dinge durch Zahlen und deren Verhältnisse beschrieben; so ergibt sich z.B. eine Oktav, wenn das Längenverhältnis der entsprechenden Harfensaiten 2:1 ist. Daher beschäftigten sich die Pythagoräer viel mit Zahlen (und zwar waren dies nur die "natürlichen" Zahlen 1, 2, 3,...); sie teilten diese in "gerade" und "ungerade" ein und benützten Spielsteinchen, um gewisse Gesetzmäßigkeiten zu finden. So ergibt sich z.B. die Formel $(n + 1)^2 = n^2 + 2n + 1$ aus folgender Anordnung schwarzer und weißer Steinchen:



In ähnlicher Weise erkennen wir, daß $(2n)^2 = 4n^2$ ist:



Aus beiden Formeln

(I) $(n + 1)^2 = n^2 + 2n + 1$

(II) $(2n)^2 = 4n^2$

ergibt sich sofort, daß

(III) n gerade $\Rightarrow n^2$ gerade

(IV) n ungerade $\Rightarrow n^2$ ungerade.

(Eine ungerade Zahl läßt sich in der Form $2k + 1$ schreiben; es ist

$(2k + 1)^2 = (2k)^2 + 2.2k + 1$ wegen (I), mit $2k$ für n;

$= 4k^2 + 2.2k + 1$ wegen (II), mit k für n;

$= 2m + 1$ mit $m = 2k^2 + 2k$.)

Da jede Zahl entweder gerade oder ungerade ist, folgt aus (III) und (IV) auch:

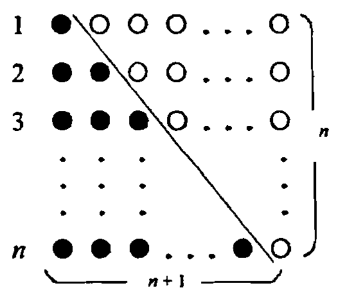
(V) n^2 gerade $\Rightarrow n$ gerade

(VI) n^2 ungerade $\Rightarrow n$ ungerade.

Ein weiteres Gesetz ist das folgende:

(VII) $1 + 2 + \ldots + n = \frac{n(n+1)}{2}$

Wir legen zunächst $1 + 2 + \ldots + n$ schwarze Steinchen in Form eines Dreiecks auf und ergänzen es durch weiße zu einem Rechteck.



Das Rechteck enthält $n.(n+1)$ Steinchen, von denen die schwarzen gerade die Hälfte ausmachen; somit gilt (VII). Aber ist das ein Beweis? Wir können ja nicht für jede natürliche Zahl n ein solches Rechteck legen. Beginnen wir aber zunächst einmal mit $n = 1$:

● ○

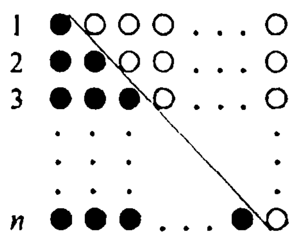
Wir fügen nun zwei weitere schwarze Steinchen unten an

● ○
● ●

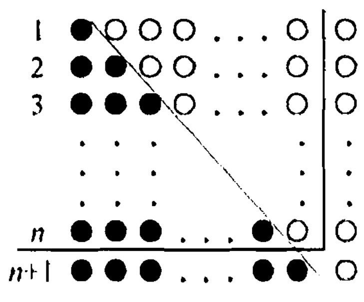
und setzen dann rechts zwei weiße dazu:

● ○ ○
● ● ○

Wir können dieses Verfahren offenbar beliebig oft fortsetzen; haben wir schon $1 + 2 + \ldots + n$ schwarze Steinchen im Dreieck gelegt und durch weiße zu einem Rechteck mit $n.(n+1)$ Steinchen ergänzt



so fügen wir zunächst unten $n+1$ schwarze und rechts $n+1$ weiße Steinchen an:



Das Rechteck enthält nun $(n+1)(n+2)$ Steinchen, die Hälfte davon ist schwarz; es gilt also

$$1 + 2 + \ldots + (n+1) = \frac{(n+1)(n+2)}{2}$$

Diese Formel erhalten wir, wenn wir in (VII) von n zu $n+1$ übergehen. Wir haben zunächst gesehen, daß die Formel für $n = 1$ gilt, und dann ein Verfahren angegeben, das uns den folgenden Schluß gestattet:

Gilt die Formel für n, dann auch für $n+1$

Die Formel muß also auch für $n = 2$, somit für $n = 3$, daher für $n = 4$ usw. gelten. Wir haben aber immer noch als anschauliches Element Spielsteinchen benützt, doch können wir den Beweis von (VII) auch "abstrakt" führen.

Wir zeigen zunächst, daß die Formel für $n = 1$ gilt:

$$1 = \frac{1 \cdot 2}{2}$$

Angenommen, die Formel gelte für n, d.h.:

$$1 + 2 + \ldots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

Wir fügen auf beiden Seiten der Gleichung $n+1$ hinzu:

$$1 + 2 + \ldots + n + (n+1) = \frac{n(n+1)}{2} + (n+1)$$

Nun ist

$$\frac{n(n+1)}{2} + (n+1) = \frac{n(n+1) + 2(n+1)}{2} = \frac{(n+1)(n+2)}{2}$$

daher

$$1 + 2 + \ldots + n + (n+1) = \frac{(n+1)(n+2)}{2}$$

Wir haben somit gezeigt:

Die Formel gilt für $n = 1$;
Gilt die Formel für n, dann auch für $n+1$.

Wir schließen hieraus durch *"vollständige Induktion"*, daß die Formel für jede natürliche Zahl gelten muß. (Anschaulich: Erreicht man die erste Sprosse einer Leiter und erreicht man mit jeder Sprosse auch die nächste, so erreicht man schließlich jede Sprosse.)

Woher wissen wir aber, daß dieses Prinzip "wahr" ist? Wir gehen einfach davon aus, daß die natürlichen Zahlen gerade so beschaffen sind. In unserem Beweis haben wir auch noch andere Eigenschaften natürlicher Zahlen benützt (z.B., als wir auf gleichen Nenner gebracht und "herausgehoben" haben), aber auch allgemeinere "logische" Gesetze (wenn man auf beiden Seiten einer Gleichung Gleiches hinzufügt, bleibt die Gleichung bestehen; was einem dritten gleich ist, ist untereinander gleich usf.).

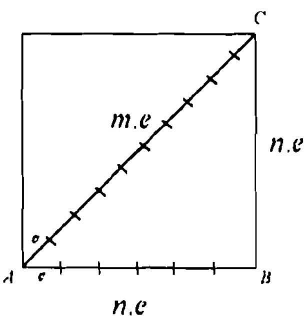
Wir benützen im weiteren folgende "logische" Zeichen (fassen Sie diese zunächst als Abkürzungen auf):

$\neg$ für "nicht"	$\Rightarrow$ für "impliziert"
$\wedge$ für "und"	$\exists$ für "es gibt"
$\vee$ für "oder"	$\forall$ für "alle"

Schreiben wir $A(n)$ für "A gilt für die Zahl n", so können wir das Prinzip der vollständigen Induktion wie folgt formulieren:

$$A(1) \wedge \forall n(A(n) \Rightarrow A(n+1)) \Rightarrow \forall n A(n)$$

Kehren wir nun zu Pythagoras und seiner Philosophenschule in Kroton (Süditalien) zurück! Will man die Welt mit Zahlenverhältnissen beschreiben, ist es naheliegend, mit einfachen geometrischen Gebilden anzufangen. In welchem Verhältnis z.B. steht die Länge der Diagonale im Quadrat zur Länge der Seite? Wir wählen eine Einheitsstrecke e, sodaß die Diagonale $m.e$, die Seite $n.e$ lang ist (wobei m und n natürliche Zahlen sind), und zwar sei e die größte Einheitsstrecke, mit der man in dieser Weise die Diagonale und die Seite messen kann:



Nun bilden A, B und C ein rechtwinkeliges Dreieck mit der Quadratdiagonale als Hypothenuse und den beiden Quadratseiten AB und BC als Katheten. Nach dem Satz von Pythagoras gilt

$$m^2 = n^2 + n^2 = 2n^2$$

Somit ist m^2 gerade, wegen (V) auch m, also $m = 2k$. Mit (II) folgt

$$m^2 = (2k)^2 = 4k^2 = 2n^2$$

Daher ist $2k^2 = n^2$, also n^2 gerade, wegen (V) auch n. Somit sind m und n beide gerade; d.h. aber, daß e nicht größtmöglich gewählt war – wir hätten auch $2e$ nehmen können. (Die Überlegung ließe sich dann wiederholen: es ginge dann auch mit $4e$, weiter auch mit $8e$ usw., irgendwann würde die Einheitsstrecke größer als die Quadratseite sein!) Hieraus folgt, daß es keine Einheitsstrecke geben kann, mit deren Hilfe man das Längenverhältnis von Diagonale und Seite im Quadrat durch ein Zahlenverhältnis $m{:}n$ ausdrücken kann. Angeblich wurde Hippasos von Metapont, der im 5. Jh. v. Chr. die Pythagoräer mit einer solchen Tatsache konfrontierte, deshalb ins Meer geworfen. Was bedeutet dieser Sachverhalt für uns?

Verhältnisse von natürlichen Zahlen nennen wir heute "rationale Zahlen", wir schreiben sie gerne in Form von Brüchen ($\frac{m}{n}$ statt m:n). Was zeigt der obige Beweis uns dann? Angenommen, es gibt eine rationale Zahl $\frac{m}{n}$, deren Quadrat 2 ist:

$$\left(\frac{m}{n}\right)^2 = 2$$

Wir können annehmen, daß man in dem Bruch $\frac{m}{n}$ nichts mehr kürzen kann (m und n haben außer 1 keinen gemeinsamen Teiler). Es gilt dann:

$$m^2 = 2n^2$$

Wir argumentieren nun genauso wie vorhin: es muß m gerade sein, schließlich auch n, d.h. m und n haben den gemeinsamen Teiler 2 im Widerspruch zur Voraussetzung! Es folgt, daß es keine rationale Zahl gibt, deren Quadrat 2 ist – wir sind versucht, zu sagen:

"$\sqrt{2}$ ist irrational".

PYTHAGORAS (*kopfschüttelnd*): Sagen sie mir, was bedeutet eigentlich $\sqrt{2}$? Dadurch, daß man ein Symbol einführt und damit umgeht, kommt die Bedeutung doch nicht alleine her.

J.C.: Man merkt, daß Sie schon lange tot sind. Jeder Taschenrechner heute liefert ihnen einen mehr oder weniger genauen Wert für $\sqrt{2}$, meiner z.B. 1,4142135. Man kann $\sqrt{2}$ so genau bestimmen, wie man will, nur halt nicht ganz genau.

PYTHAGORAS: Ich weiß immer noch nicht, was $\sqrt{2}$ sein soll. Ist es bloß eine Methode, die Diagonale des Quadrats näherungsweise zu bestimmen, so hat dies doch nichts in der reinen Mathematik verloren. Ich kenne Zahlen und ihre Verhältnisse, Strecken und ihre Verhältnisse, Flächen und ihre Verhältnisse; manchen Strekken- bzw. Flächenverhältnissen entsprechen Zahlenverhältnisse, manchen anderen aber nicht, wie Hippasos zu unserem Leidwesen gezeigt hat. Ich sehe nicht ein, wie man das Problem dadurch lösen kann, daß man irgendwelche Symbole einführt und dann so tut, als hätte jedes Streckenverhältnis auch ein Zahlenverhältnis.

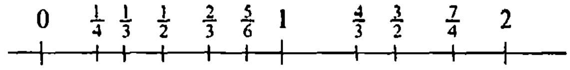
EUDOXOS (4. Jh. v. Chr.) *mischt sich ins Gespräch*: Aus der Existenz von Strecken, deren Längenverhältnis kein Zahlenverhältnis entspricht, die also nicht zugleich mit einer Einheitsstrecke genau gemessen werden können und daher "inkommensurabel" heißen mögen, ist zu schließen, daß die Geometrie allgemeiner und inhaltsreicher ist als die Lehre von den Zahlen. Forschungsprojekte auf dem Gebiet der Geometrie sind daher besonders zu fördern. Übrigens hat neuerdings Euklid eine elegante und systematische Zusammenfassung unseres mathematischen Wissens in seinen "Elementen" gegeben und darin auch meine Idee, wie man die Verhältnisse von je zwei inkommensurablen Strecken miteinander Vergleichen und damit Mathematik betreiben kann, ausführlich dargestellt und entwickelt; wie so oft in unserer Wissenschaft läßt sich auch in diesem Fall eine einfache Idee nur etwas umständlich formulieren, wenn man die erforderliche Genauigkeit an den Tag legt.

DESCARTES (1596–1650): Ihr Griechen seid wirklich einfach zu penibel. Was hindert uns daran, mit $\sqrt{2}$ zu rechen? Man kann sich darunter ja die Länge der Diagonale im Einheitsquadrat vorstellen und sinnvollerweise

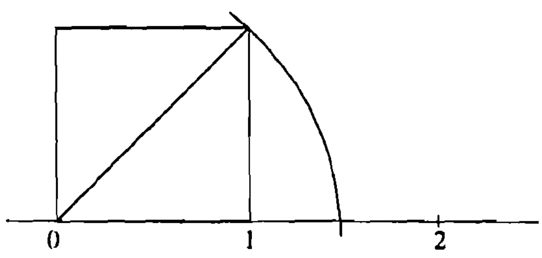
$$(\sqrt{2})^2 = 2, \quad 3\sqrt{2}+5\sqrt{2} = 8\sqrt{2}, \quad 3\sqrt{2} = \sqrt{9\cdot 2}, \ldots$$

schreiben. Es hat wirklich einen großen Vorteil, $\sqrt{2}$ und ähnliche Objekte einzuführen. Hat man eine Gerade und fixiert man auf ihr einen Punkt "0", wählt man eine Einheitsstrecke und trägt sie von 0 aus nach rechts ab, so sei dem rechten Endpunkt dieser Strecke die Zahl 1 zugeordnet:

Man kann nun allen Punkten, die man durch entsprechend häufiges Abtragen der Einheitsstrecke erhält, der Reihe nach die natürlichen Zahlen 2, 3, 4,... zuordnen; jeder Zahl entspricht dann ein solcher Punkt. Den Punkten, die man durch Teilen der Einheitsstrecke und ihrer Vielfachen erhält, werden dann Zahlenverhältnisse, mit denen man ja auch wie mit Zahlen rechnen kann und die daher "rationale Zahlen" heißen mögen, zugeordnet:



Nun stört es hier natürlich, daß da Löcher bleiben, denn wenn man die Diagonale des Einheitsquadrats von 0 aus abträgt, entspricht dem Punkt eben keine rationale Zahl:



Ich setze nun einfach voraus, daß auch diesem Punkt eine Zahl entspricht, und nenne sie $\sqrt{2}$. Ähnlich mache ich es mit allen anderen Punkten rechts von 0, die noch keine rationale Zahl zugeordnet bekommen haben. Auf diese Weise kann ich dann alle geometrischen Gesetze mithilfe solcher Zahlen wieder arithmetisch ausdrücken;

die Lehre von den Zahlen wird dadurch wieder allgemeiner als die Geometrie.

PYTHAGORAS *und* EUDOXOS, *beide sich entsetzt abwendend und wie aus einem Munde*: Nie und nimmer verschafft man Dingen dadurch Existenz, daß man irgendwelche Namen und Symbole erfindet!

Isaac NEWTON (1643–1726), *eilt herbei*: He Pythagoras, bleib da! Siehst du denn nicht, daß sich damit dein Programm, die Welt mir Zahlen zu beschreiben, verwirklichen läßt? Mit meiner Physik habe ich schon den Anfang gemacht, und ich bin überzeugt, daß uns die Zukunft eine weitgehende Mathematisierung unserer Welt bringen wird!

PYTHAGORAS *zögert, doch* EUDOXOS *wendet verächtlich ein*: Du nennst das, was du mit deinen Fluxionen und "letzen Verhältnissen" treibst, Mathematik! *(Anmerkung: Die von Newton für seine Physik und von Leibniz entwickelte Infinitesimalrechnung stand bis ins vorige Jahrhundert auf sehr wackeligen Beinen, schon Bischof Berkeley (1685–1753) sprach von Newtons Fluxionen als "ghosts of departed quantities" und meinte: "All das scheint eine sehr widerspruchsvolle Art von Argumentation zu sein, wie sie in der Theologie nicht erlaubt wäre.")*

Richard DEDEKIND (1831–1916) *tritt hinzu*: Meine Herren, was soll der ganze Streit? Wenn man sich die Lehre des Eudoxos, die uns Euklid überliefert hat, ansicht, bemerkt man, daß die dortigen "Proportionen" ziemlich genau den "Schnitten", deren Namen zu tragen ich die Ehre habe, entsprechen, und diese Dedekindschen Schnitte stellen eine, auch nach griechischen Maßstäben einwandfreie, mathematische Konstruktion eben der "reellen Zahlen", die Descartes den Punkten der "Zahlengeraden" zugeordnet hat und mit denen man schon seit Jahrhunderten erfolgreich, wenn auch ohne feste Grundlage, gerechnet hat, dar.

PYTHAGORAS *lächelt versonnen.*

Aber auch Dedekinds Konstruktion beruht auf problematischen Voraussetzungen – diese sind allerdings weniger mathematischer, sondern eher philosophischer Natur.

Wir haben uns scheinbar von der Frage, was ein mathematischer Beweis ist, weit entfernt; vielleicht erhalten wir bei *Euklid*, dessen *Elemente* das wohl einflußreichste Buch der Mathematikgeschichte darstellen und wesentlich zum Ruf der Mathematik als Muster einer strengen, unbezweifelbaren Wissenschaft beigetragen haben ("more geometrico"), einen Hinweis.

Man setzt die Lebenszeit des Euklid nach Angaben von Proklos Diadochos, z.T. aufgrund der folgenden Anekdote, um etwa 300 v.Chr. an.

Ptolemaios I. (Regierungszeit 323–283) soll Euklid einmal nach einem kürzeren Weg zur Geometrie als dem durch die "Elemente" gefragt haben, worauf Euklid angeblich antwortete, zur Geometrie gäbe es keinen Königsweg.

Zu Euklids Vorgangsweise ist zu sagen, daß viele seiner Definitionen (vor allem die ersten) eigentlich nur Erklärungsversuche darstellen (wie etwa "Ein Punkt ist, was keine Teile hat"), die im weiteren Aufbau keine Rolle spielen. Der Kreis allerdings wird bereits im wesentlichen definiert als Menge von Punkten, die von einem gegebenen Punkt (dem Mittelpunkt) den gleichen Abstand haben. Dann gibt Euklid gewisse Grundannahmen an (die er "Postulate" und "Axiome" nennt – die Unterscheidung ist für uns irrelevant, wir bezeichnen hinfort alle als "Axiome"), z.B.

(Ax1) Man kann von jedem Punkt nach jedem Punkt die Strecke ziehen.

(Ax2) Man kann mit jedem Punkt als Mittelpunkt und jedem Abstand als Radius den Kreis zeichnen.

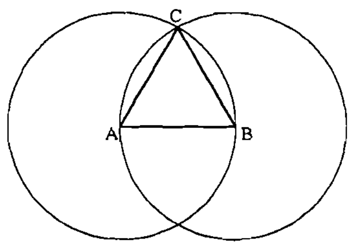
(Ax3) Was demselben gleich ist, ist auch untereinander gleich.

Von solchen Axiomen ausgehend versucht Euklid, durch logische Schlüsse die damals bekannten geometrischen Sätze zu beweisen.

Sein erster Satz ist:

> Man kann über einer gegebenen Strecke ein gleichseitiges Dreieck errichten.

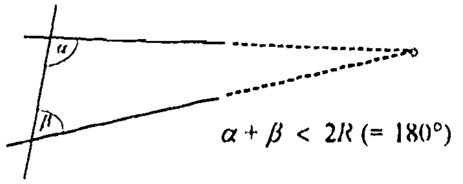
Beweis: Die gegebene Strecke sei AB. Mit A als Mittelpunkt und AB als Radius zeichne man einen Kreis (Ax2), ebenso mit B als Mittelpunkt und BA als Radius einen weiteren Kreis. Vom Schnittpunkt C der beiden Kreise ziehe man die Strecken CA und CB (Ax1). Da C und B auf dem Kreis mit Mittelpunkt A liegen, ist CA = AB (Definition des Kreises), ebenso ist CB = BA. Gemäß (Ax3) ist dann auch CA = CB. D.h., es bilden A, B und C ein gleichseitiges Dreieck.



Woher aber wissen wir, daß die beiden Kreise sich überhaupt schneiden? Sicherlich, dies ist anschaulich klar; aber aufgrund welchen Axioms kann ich *schließen*, daß es den Schnittpunkt C gibt? Die Anschauung ist zwar unentbehrlich für das Auffinden und das Verstehen eines mathematischen Beweises – im Beweis selbst aber hat sie nicht zu suchen! Sie stellt dort eine Fehlerquelle dar, die oft stillschweigende Voraussetzungen verdeckt. Dies zeigt auch die Geschichte des sogenannten *Parallelenaxioms*, das Euklid wie folgt formuliert:

> Bewirkt eine gerade Linie beim Schnitt mit zwei geraden Linien, daß die innen auf derselben Seite entstehenden Winkel zusammen kleiner als zwei rechte werden, so treffen sich die zwei geraden Linien bei Verlängerung ins Unendliche auf der Seite, auf der die Winkel liegen, die zusammen kleiner als zwei Rechte sind.

Um diese Aussage besser verstehen zu können, ist es zweckmäßig, sich eine Zeichnung zu machen:



Euklid benützt dieses Axiom erst im Beweis des 29. Satzes; die relativ komplizierte Formulierung (vergleichen Sie diese mit (Ax1) bis (Ax3)!) erzeugte bei vielen späteren Mathematikern das Bedürfnis, auch dieses Axiom auf die anderen einfacheren logisch zurückzuführen, und in den auf Euklid folgenden 2000 Jahren gab es zahlreiche Beweisversuche – allerdings keinen Beweis, da immer irgendeine versteckte Voraussetzung, die ihrerseits mit dem Parallelenaxiom äquivalent ist, benützt wurde, z.B.

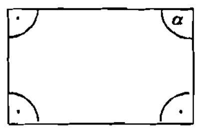
> Sind in einem Viereck drei Winkel rechte, so ist es auch der vierte.

Oder:

> Zu einer Geraden kann man durch einen (nicht auf ihr liegenden) Punkt genau eine Parallele ziehen.

Man zweifelte nicht daran, daß das Parallelenaxiom *wahr* ist; deshalb kam die Idee, es mit einem indirekten Beweis zu versuchen, erst relativ spät.

1733 nahm G. Saccheri (1667–1733) an, es gebe ein Viereck mit drei rechten Winkeln, in dem der vierte stumpf oder spitz ist:



$\alpha > R$ oder $\alpha < R$.

Es gelang ihm, die "Hypothese des stumpfen Winkels" auf einen Widerspruch zu führen, und er glaubte, ihm sei dies auch bei der "Hypothese des spitzen Winkels" gelungen – doch hier irrte er. Aber er hat auf seinem Wege geometrische Sätze abgeleitet, die "offensichtlich" falsch, genauer: die mit der Anschauung nicht vereinbar waren.

Im ersten Drittel des 19. Jh. machten sich schließlich C. F. Gauß (1777–1855), N. I. Lobatschefskij (1793–1856) und J. Bolyai (1802–1860) mit dem Gedanken vertraut, daß es eine widerspruchsfreie Geometrie gebe, in der das Parallelenaxiom "falsch" ist, und entwickelten eine in diesem Sinn nichteuklidische Geometrie, in der dann z.B. die Winkelsumme im Dreieck im allgemeinen nicht 180° ist. (Angeblich versuchte Gauß anläßlich einer Landvermessung, die Winkelsumme in einem großen, von Berggipfeln gebildeten Dreieck nachzumessen; seine

Überlegungen zur nichteuklidischen Geometrie hat er aus Angst vor dem "Geschrei der Böotier" nicht veröffentlicht.

1871 bewies F. Klein (1849–1925), daß, wenn die euklidische Geometrie widerspruchsfrei ist (woran niemand zweifelte), es auch diese nichteuklidische ist. Dann kam die moderne Physik und reklamierte für den physikalischen Raum eine nichteuklidische Geometrie, und schließlich wiesen die Psychologen nach, daß der Raum, den wir mit den verschiedenen Sinnen wahrnehmen, kein euklidischer Raum ist. In welchem Sinne aber können dann die Axiome der euklidischen Geometrie *wahr* sein? Wo und in welchem Sinn *gibt* es einen euklidischen Raum? Kant hatte die geometrischen Sätze noch als "synthetische a priori" eingestuft!

Euklid hat noch einige Axiome "vergessen" (z.B. solche, die den Schnittpunkt der beide Kreise im ersten Beweis sichern); D. Hilbert (1862–1943), einer der größten Mathematiker seiner Zeit, schrieb 1899 ein Büchlein "Grundlagen der Geometrie", in dem er einer vollständigen Liste von Axiomen folgende "Erklärung" (die wir hier etwas vereinfachen) vorausschickt:

> Wir denken zwei verschiedene Systeme von Dingen: die Dinge des ersten Systems nennen wir *Punkte*, die Dinge des zweiten Systems nennen wir *Geraden* [...]. Wir denken die Punkte und Geraden in gewissen Beziehungen und bezeichnen diese durch Worte wie "liegen", "zwischen", "kongruent", "parallel", "stetig"; die genaue und für mathematische Zwecke vollständige Beschreibung dieser Beziehungen erfolgt durch die *Axiome* der Geometrie.

Solche Axiome sind z.B.:

> Zu je zwei verschiedenen Punkten A, B gibt es genau eine Gerade AB, auf der die beiden Punkte liegen.
>
> Zu je zwei verschiedenen Punkten A, B gibt es stets einen dritten, der zwischen diesen beiden auf der Gerade AB liegt.

Natürlich stellen wir uns unter Punkten und Geraden etwas vor; die Anschauung aber hat nur die Funktion eines Gerüsts, das man entfernt, wenn das Haus fertig ist. Man könnte statt "Punkte" und "Geraden" auch "Bierseidel" und "Biertische" sagen, wie Hilbert es einmal drastisch formuliert hat. Wir können uns aber auch unter Punkten Zahlenpaare, unter Geraden lineare Gleichungen vorstellen; daß der Punkt (α,β) auf der Geraden $ax + by + c = 0$ liegt, soll bedeuten, daß (α,β) eine Lösung dieser linearen Gleichung ist (also $a\alpha + b\beta + c = 0$). Mit dieser Interpretation betreiben wir "*analytische Geometrie*", die Axiome gehen in wahre "arithmetische" Sätze über. (Das ist im Prinzip wohl das Programm von Descartes.) Die Frage der Widerspruchsfreiheit der (euklidischen) Geometrie wird dann zurückgeführt auf die Frage der Widerspruchsfreiheit der Arithmetik, an der wahrscheinlich auch kaum jemand zweifelt. (Es scheint auch eine Zeit gegeben zu haben, in der niemand daran zweifelte, daß die Erde flach ist.)

Ziehen wir eine erste Zwischenbilanz:

Mathematische Beweise werden geführt, indem man mathematische Sätze mittels logischer Schlüsse aus gewissen Axiomen ableitet. Diese Axiome sind im allgemeinen *nicht* "evidente Aussagen, die keines weiteren Beweises bedürfen", sondern einfach Grundannahmen, über deren Wahrheit oder Falschheit erst gesprochen werden kann, wenn die in ihnen vorkommenden Ausdrücke in einem bestimmten Bereich interpretiert werden (wie etwa "Punkt" als Zahlenpaar); die "Wahrheitsfrage" hat zunächst nichts damit zu tun, ob ein Beweis korrekt ist (d.h., ob überhaupt ein Beweis vorliegt) – die zu verwendenden logischen Schlußregeln gewährleisten lediglich, daß, *wenn* die Axiome bei einer geeigneten Interpretation in wahre Aussagen übergehen, dies auch die abgeleiteten Sätze tun. Nur selten wird ein Beweis allerdings vollständig aufgeschrieben als Folge von Sätzen, von denen jeder entweder ein Axiom ist oder aus vorhergehenden Sätzen der Folge mithilfe eines logischen Schlusses folgt; es genügt, wenn für den Leser ersichtlich ist, wie die Beweisskizze in einen vollständigen Beweis zu verwandeln ist. Allerdings haben wir noch nicht erklärt, was ein logischer Schluß ist; wir werden dies andeutungsweise im nächsten Beitrag ("Beziehungen zwischen Logik, Mathematik und Philosophie") beim Aufbau eines Axiomensystems für die Arithmetik tun.

KRITERION, Nr.13 (1999), pp.24–30

Rem B. Edwards

FETZ'S MISUNDERSTANDINGS OF FORMAL AXIOLOGY

In his review of Frank G. Forrest's *Valuemetrics*$^{\aleph}$*: The Science of Professional and Personal Ethics*, Hanspeter Fetz offers three broad criticisms of Forrest's formal calculus of values and a number of lesser ones. I propose to show that his seemingly devastating review is based upon serious misunderstandings. Fetz begins by saying that "Forrest's main objective is to present a method that allows calculation in an objective way, without taking recourse to intuition or moral norms, considering solely the semantic properties of the concepts used in an act's description, the moral value of that act" (Fetz, p.40). The first part of this claim is true, the last part false. Fetz confuses the presentation of a formal system with its application. Forrest develops a formal system that allows for objective calculation, but he never denies that applying the system involves "taking recourse" to particular norms, concepts, and perhaps even intuitions, some of which are moral, some not. Formal axiology encompasses morality but is far broader.

(1) CONCEPTS

Fetz's first objection to Forrest's project is that "his notion of concept is dubious as to its correctness" (Fetz, p.40). This is the only mention of this objection in the entire review, and nowhere is it explained or justified. When he tries to return to this point, instead of arguing that Forrest's notion of "concept" is dubious, Fetz actually argues that Forrest's analysis of particular concepts like "goodness," "meaning set," "book," etc. is dubious. As for the meaning of "concept", Forrest follows Robert S. Hartman in defining "concept" as a mental content with an intension and an extension (Hartman, 1967, pp.31, 49). The intensional part of a concept consists of word-meanings, thoughts, connotations. This is what Forrest means by "meaning set." Fetz professes not to know. The extensional aspect of "concept" consists of the referents of these word-meanings, their denotation. This is what Forrest means by "referent set." The "set of actual properties" is the properties actually possessed by particular members of a conceived class. Thus, the concept "chair" is defined intensionally as "a seat for one person with a back, usually four legs, and possibly having arms;" and its extensional meaning is all the particular chairs to which this intension refers, i.e., to the objects it denotes, including the actual properties of particular chairs that correspond to the predicates in the defining intension. Forrest explains this all very clearly, but Fetz seems not to understand and certainly says nothing to show that this concept of "concept" is "dubious as to its correctness." Fetz objects to particular concepts employed by Forrest like "goodness." Forrest defines "goodness," as Fetz notes, as "degree of concept meaning fulfillment" which means "that the set of actual properties of something corresponds with the set of names of properties given in the thing's concept" (Forrest, p.2). Fetz seems to be totally unaware of it; but, as Forrest makes very clear, this is Robert S. Hartman's definition of "goodness" or "value" (Forrest, pp.1–2, 23). Fetz finds this definition to be flawed in several ways. He declares that Forrest "does not provide any formally correct definition" (Fetz, p.40). This could mean either that "the definition is not formal" or that "the definition is not correct," possibly both.

a. The objection that the definition is not correct or "materially adequate," as Fetz puts it, implies that "the term's meanings should coincide in relevant use as much as possible. It cannot be doubted, not even by Forrest himself, that this is not true for his notion. Why call it 'goodness' then?" (Fetz, p.40). Forrest does say that his definition is "different from people's general understanding of the word" (Forrest, p.2), as Fetz points out. However, Fetz does not ask how it is different, and he fails to recognize that it could be different in some way and yet very similar in others. The difference is that the Forrest/Hartman definition is formal, i.e., that it aspires to capture and express a pattern common to most if not all uses of "good." Despite Fetz's claim to the contrary, this pattern is indeed exemplified in "people's general use of the word," and it does "coincide [with] relevant use as much as possible." As already noted, Forrest acknowledges that he is building upon philosophical work already done by Robert S. Hartman and does not think that it is necessary totally to re-invent the wheel; but Fetz seems to be utterly ignorant of Hartman's position and neither mentions him nor his prolific publications anywhere in his review. Forrest's definition of "good" is Hartman's definition; and Hartman explains that he collected, reviewed, and contemplated thousands of actual uses of "good" before he realized that this pattern is what they all have in common (Hartman, 1994, pp.51–52).

b. The objection that the definition is not formal obtusely misses the point that the definition provided by Forrest is the formal definition. A formal definition is not something in addition to Forrest's definition which Forrest fails to give. Rather, Forrest's definition is the intended formal definition. It is formal in the sense that it captures and expresses the abstract form, as just indicated, of most if not all actual uses of the term "good." According to formal axiology, all uses of "good" share a common form, the very meaning of "good," which is: the extensional properties of entities judged to be good are measured by and measure up to an intensional set of predicates, called by Forrest the "meaning sets." Intensional predicates (the connotative side of concepts) provide standards of measurement, and things are good if they fulfill the relevant standard.

(2) CONCEPT FULFILLMENT

Fetz argues that Forrest's definition of "good" is not formally correct because "his account of 'concept meaning fulfillment' is, in all of its likely interpretations, entirely untenable" (Fetz, p.40). Why so? This brings us to Fetz's second major objection. Fetz contends that Forrest's "assignment of values to concepts seems rather arbitrary, and in important cases it can be shown to rest on outright falsities."

To begin with the issue of "arbitrariness," exactly what Fetz regards as arbitrary is never specified, but an educated guess says that it is Forrest's association of set theory and cardinal number arithmetic with the idea that goodness is concept fulfillment. Again following Robert S. Hartman, Forrest recognizes three basis kinds of concepts and shows how their logic can be expressed by set theory. First, formal concepts are definitions and conceptual constructs; and the objects to which they apply have systemic goodness if the relevant formal concepts are fulfilled; next, analytic concepts are abstracted from sensory experience, and the objects to which they apply have extrinsic goodness if their concepts are fulfilled. Finally, we have concepts of individual persons, and persons are intrinsically good if they fulfill their concepts.

First, in actual usage, formal conceptual constructs and definitions have finite intensions, i.e., they are composed of finite sets of known predicates. Look up any definition in a dictionary and you will find this to be true. Forrest calls these "Type I" concepts.

In considering Forrest's example of the geometrical definition of "a square," Fetz quotes Forrest to say: "A square, for instance, has four properties: (1) geometric figure, (2) four sides, (3) all sides of equal length, and (4) four right angles. A square cannot exist unless all these and only these properties are present" (Forrest, p.7). Forrest's point is that these properties define the notion. Fetz argues that "only these properties" is false, that a square has more than four properties, perhaps an infinite number of them, such as "being abstract," "not being identical with the number one, not being identical with the number two...and so forth" and "perhaps some properties unknown to any of us [...]" (Fetz, p.40). In response, aside from the oddity of treating what a thing is not as among its properties, let us concede that "being abstract" is indeed a property of squares, and that Forrest's "only these properties" is too strong. Nevertheless, none of the properties Fetz mentions are defining properties of squares, and squares (and other systemic constructs) can be and usually are evaluated using only a finite set of known defining predicates. Squares either fulfill their definitions and are good squares, or they do not and are not squares at all. All conceptual constructs either fulfill their definitions, or they do not; and there is nothing in between. Systemic valuation is all or nothing valuation.

Forrest's "Type II" concepts are analytic concepts of objects, processes, activities, and social roles, etc., encountered in our common world of spacetime and given to us in normal sensory perception. Let us call their referents "empirical entities." Our concepts of empirical entities are abstracted from experience, and their goodness extrinsic goodness because they are useful in an almost endless variety of ways. Fetz cannot comprehend why Forrest claims that the meaning sets of empirical entities are composed of a finite but indefinitely large number of properties, many of which are often unknown. Forrest says that the meaning-predicates of Type I concepts "fixed finite meaning sets," but "Type II" concepts are "elastic finite meaning sets" (Forrest, pp.7, 9). Fetz is perturbed because this is "an epistemic classification unknown to standard mathematics of finite sets" (Fetz, p.40). This is true, but so what? Is creative thinking never permitted in Fetz's universe? Instead of condemning Forrest, Fetz should have offered praise for his originality!

Does Fetz think that we have an exhaustive knowledge of all properties belonging to the referents of concepts like "book," "car," "gestation," "professor," "father," etc.? Robert S. Hartman believed that such things are so complex that they must have a denumerable infinity of properties, but he admitted that in practice we always deal with only a finite number when determining whether the referents of these concepts are good, fine, average, poor, or no good– depending on degree of concept or standard fulfillment (Hartman, 1967, pp.113, 194, 195, 216, 221). A more realistic Forrest thinks that extrinsic entities have a finite but indefinitely large number of properties. Fetz says nothing to show that this is wrong.

Fetz considers Forrest's example of "book." Forrest indicates that the intension or meaning-set of our concept of "book" might include predicates like "document, pages, written or printed material, binding,...covers." Fetz cannot identify the relevant set of predicates that entities measured by them must have if they are to regarded as good. He makes several interesting but irrelevant guesses. Fetz surmises that the relevant measuring set is (1) all possible defining properties, (2) some possible defining properties, or (3) all possible properties...whatsoever (Fetz, p.40). He maintains that "none of these will do" and concludes that "what Forrest has in mind in speaking about properties are not properties simpliciter but defining properties. However even this won't work" (Fetz, p.40). Actually, Forrest has none of the above in mind. A thing like a book or a house must have the defining properties of its class; but it must also have additional "good-making properties," as many philosophers call them, if it is to be a good member of its class. Empirical entities are good to the extent that they fulfill the relevant set of good-making properties, i.e., those in their "meaning set." As Forrest indicates, having a porch is not a part of the conventional definition of "house;" but a house with a porch is better than one without a porch – depending of course on whether "porch" is one of the properties belonging to the relevant meaning set of good-making properties.

The relevant set of good-making properties for extrinsic entities is neither all or some of their defining properties nor all their possible properties. There is another alternative not fathomed by Fetz. The relevant "meaning set" is any set of "good-making properties" that happens to be in use in any given valuational context! Robert S. Hartman claimed that his axiom of value – good as concept fulfillment – is objectively valid for all rational beings, but ist application is subjective (Hartman, 1967, p.110). Different people may use different sets of good-making properties to evaluate things, but relevant sets are often established by convention, by reflection, by experts, or by innovators and reformers. Nevertheless, goodness always consists of one to one correspondence between the properties of actual things and the good-making predicates in their relevant meaning set.

Forrest uses the Hartmanian notions of composition and transposition. Meanings interact positively to give compositions and negatively to give transpositions, as Fetz correctly acknowledges (Fetz, p.41). Fetz notes that Forrest claims that "brand new" enhances the meaning and value of "car," and "damage" diminishes its meaning and value. Fetz never clarifies what he finds objectionable about this. If he thinks that Forrest is wrong, he should confer with a few people who have new cars, and with a few more who have damaged cars! They will set him straight.

The final type of concept that might or might not be fulfilled in an evaluative context is that of the individual person. Forrest's "Type III" concepts are of persons in their determinateness and uniqueness. Forrest agrees with Hartman and many other philosophers that individual persons are intrinsic goods, ends in themselves, which could be (and I think is) true even if Hartman/Forrest fail establish its truth. Forrest/Hartman contend that unique human beings have a richness of properties equal to non-denumerable infinity. Their main argument for this is that the meaning set of "individual person" is infinite because people can think a non-denumerable infinity of thoughts (Forrest, p.11).

Here I must agree with Fetz's contentions that we think only two thoughts when we conceive of the sets of all odd and all even numbers, and that "The actual explicit thoughts of a person at a given time as well as during his entire life span are certainly only finite in number. What are we supposed then to understand by the 'infinite set of thoughts of a person'?" Fetz is certainly not the first to raise this objection against the Hartman/Forrest "proof" of the "infinite value of man." I have been raising it for decades! (Edwards, 1973, 1991). Importantly, however, it does not follow, as Fetz would have it, that Forrest's calculus of value is worthless because it assigns the symbol for denumerable infinity, i.e., 1, to individual persons. As I have explained elsewhere:

Taken metaphorically, the uses of transfinite mathematics in axiology can be most important as a way of expressing formally our considered qualitative judgments that a thing is more valuable than our idea of it (e.g. the blueprint of a house versus the house itself) and that conscious individuals are immensely and incommensurably more valuable than non-conscious things. Assigning higher transfinite cardinalities to conscious individuals than to empirical and conceptual objects may not be based so much on the number of actual properties possessed, however important that may be, as on the kind of entities that they are and the types of universal qualities that they exemplify. Once applied, however, transfinite set theory can be a powerful instrument for expressing the qualitative insights that conscious valuing beings are better than non-conscious entities, and that their respective values are incommensurable. As Frank Forrest shows [...] set theory is an immensely powerful tool for calculating worth and resolving problems. (Edwards, 1991, p.86.)

(3) MATHEMATICS

Fetz argues that "the mathematics underlying [Forrest's] calculations is flawed in several respects" (Fetz, p.40). According to Fetz, Forrest's mathematics commits "four basic errors" that "repeatedly pop out of several subsequent pages" (Fetz, p.41).

a. Forrest assumes that if two finite sets A and B are united, i.e., added, they have the same cardinality, but Fetz contends that "it does not follow that they have the same cardinality." He argues that if set A has three members and set B has three members, then they have the same cardinality – 3; but their union (addition) has the cardinality 6, not 3 (Fetz, p.41). The cardinality of a set is the number of members or elements that it contains (Forrest, p.5, Lin and Lin, p.134). There is certainly a sense in which Fetz is right if "finite" is disallowed as a type of cardinality, and cardinality is construed to apply only to particular numbers in ordinary arithmetic, i.e., to arithmetical constants. However, Forrest never does this and never says anything to suggest it. He never moves from "a finite number" to "a particular finite number." Forrest takes "finite" itself to be a number, a form of cardinality, on a par with "denumerably infinite" and "non-denumerably infinite." He says very explicitly that "The number n is the cardinality of any fixed finite set" (Forrest, p.5).

b. In mathematics, "n" means "any finite number" (e.g., in Klasner and Newmann, p.47); but the meaning of this is ambiguous. Most authorities treat "n" as a variable for which particular numbers, integers, or constants in finite arithmetic may be substitute; and, so understood, Fetz is right. However, Fetz is oblivious to the possibility that "finite" or "n" may also be construed, as Forrest does, as a particular number, integer, or constant in set theory and transfinite arithmetic – like "denumerably infinite" or "$\aleph_0$" and "non-denumerably infinite" or "$\aleph_1$". Other authorities on set theory explicitly treat finitude as such as a form of cardinality (Potter, pp.93–94). Thus, when Forrest says that if two finite numbers are united (added) the result is a finite number, this means only that a finite number added to a finite number is a finite number. This is all that Forrest needs for his calculus of value. When properly understood, Forrest's point about the cardinality of finitude is as close to self-evident as philosophical claims ever get. Fetz certainly says nothing whatsoever to show that "Finite plus finite equals finite" is false! Fetz's claim that "such numbers exhibiting the properties attributed to them by Forrest are foreign to contemporary mathematics" (Fetz, p.41) is completely unjustified (2) Fetz explains that Forrest's "second mistake consist in believing that for any finite sets A and B and any cardinalities n, m if card A = n and card B = m then card {A, B} = n + m" (Fetz, p.41). Well, this is not what Forrest says! Fetz has just quoted him to say: "Let A and B be any two fixed finite sets. Then card A = n and card B = n. Therefore card {A, B} = n + n (definition of union). But, {A, B} also is a fixed finite set. Thus card {A, B} = n." (Forrest, p.42). So what is the difference? Where Fetz uses "n = m" as variables, Forrest uses "n = n" as constants. Again, Fetz did not read Forrest very carefully. Fetz interprets Forrest to mean that if one particular finite number, e.g. 3, is added to another particular finite number, e.g. 3, the sum is 3. Now Forrest knows just as well as anyone else that 3 + 3 = 6. All that Forrest claims, however, is that the addition of finitude to finitude results in finitude. Finitude (n) + finitude (n) = finitude (n). How could that possibly be wrong? Many authorities on set theory affirm and prove the theorem that "If A and B are finite, then A+B is finite" (Suppes, p.100; Zehna and Johnson, p.110). That is exactly what Forrest affirms, nothing more.

c. Fetz thinks that he contradicts Forrest when he affirms "that a set is finite, does not entail that its cardinality is n. This equation tells us, in fact, that a number n that is added to itself is the number itself, which is true for n = 0 but false for all other finite cardinal numbers." However, Fetz makes the same elemental mistake over and over again. "That a set is finite," does entail that its cardinality is n when "n" means only "that a set is finite." Tautologies cannot be false.

d. Finally, Fetz asserts that "the fact that the sum of any two numbers is a finite number is not expressed by 'n + n = n'. This equation tells us, in fact, that a number n that is added to itself is the number itself, which is true for n = 0 but false for all other finite cardinal numbers" (Fetz, p.41). However, if one means by "n" what Forrest clearly means, it is always true that "n + n = n." Properly construed, this formula says nothing more than "a finite set added to a finite set equals a finite set." This is not false! Fetz also complains that "The equation $n^n = n$ on p.44 [...] is true for n = 1 but false for all other cardinal numbers of a finite set." Again, by this, Forrest means simply that a finite set raised to the power of a finite set is a finite set. How could this be wrong? Fetz certainly does not show that it is. If Fetz did not get Forrest's point, he did not read his book very carefully.

Having thoroughly misunderstood Forrest, through no fault of Forrest's, Fetz dismisses the rest of Forrest's book where his calculus of values is applied to a variety of ethical problems as "vitiated by errors some of which have already been discussed" (Fetz, p.42) Since Forrest does not commit any of the mathematical and most of the philosophical errors attributed to him, it certainly does not follow that his position has been "vitiated." Fetz protests that Forrest tries to derive normative statements "without recourse to other normative statements" (Fetz, p.42), but this only shows how little effort Fetz exerted to understand Forrest. Forrest never tries to derive an "ought" from an "is." Fetz entirely misses Forrest's point that in a calculus of value positive valuations can be represented by pluses or positive exponents, and negative valuations can be represented by minuses or negative exponents. See Forrest, pp.57–58.

(4) MISCELLANY

Fetz offers additional criticisms. He affirms that Forrest's calculations "are so tightly fixed on the words that occur in the descriptions of a particular case, [that] it is very likely that [...] they would still fail to be correct on account of their linguistic relativity. At least I cannot see anything in Forrest's account that would rule this out" (Fetz, p.42). It is often true, as Fetz suggests, that "the same situation may be described in more than one way using different words," but he fails to acknowledge that many of these descriptions will be false, and that our moral judgments always depend on how we describe things. Fetz does not explain why this difficulty does not abolish all moral thinking! Philosophers are usually commended for requiring careful thinking. Does Fetz foolishly regard this as a vice? Actually, something elemental and obvious in Forrest's book would "rule out" misdescriptions, even if Fetz, the careless reader, did not find it. Forrest explains that in classifying things we should "Avoid manipulating concept combinations to arrive at a preconceived outcome. Let logic control the results" (Forrest, p.123). In other words, say that "A murdered B" only if A murdered B! Things are not always this clear, but often they are.

Forrest adopts a teleological normative principle, the "Value Creation Principle," which tells us, in short, to do things that most increase value, maintain value, or at least do not diminish value (Forrest, p.59). Fetz calls this principle "dubious," but it is no more dubious than teleological ethics itself. Forrest affirms the same basic moral principle to which all teleological ethical theories are committed. However, where other teleologists rely on intuitive weighings to distinguish bad, from better, from best, Forrest shows us how to move beyond intuitions to calculations, and this is a tremendous improvement!

Fetz concludes by saying that "Buying this book is a waste of money, reading it a waste of time" and that "With books like this [its publisher, Rodopi, which publishes high quality publications] is very likely to lose the reputation it has acquired" (Fetz, p.42). I have shown, however, that Fetz's conclusion is based upon an exceedingly superficial reading of this fine book. The Editors of Kriterion owe a serious apology to both Forrest and Rodopi for accepting a book review for publication written by someone like Fetz who so clearly and egregiously failed to understand the author.

REFERENCES

Edwards, Rem B., "The Value of Man in the Hartman Value System", in: *The Journal of Value Inquiry* 7:2 (Summer 1973), pp.141–147.

Edwards, Rem B., "Universals, Individuals and Intrinsic Good", in: Rem B. Edwards and John W. Davis, eds.: *Forms of Value and Valuation: Theory and Applications*. Lanham, MD.: University Press of America, 1991, pp.81–104.

Fetz, Hanspeter, "Review of: Forrest, Frank G., Valuemetrics: The Science of Professional and Personal Ethics", in: *KRITERION* 8, 1994, pp.40–42.

Forrest, Frank G., *Valuemetrics*$^{\aleph}$. *The Science of Professional and Personal Ethics*. Amsterdam – Atlanta: Editions Rodopi, 1994.

Hartman, Robert S., *Freedom to Live. The Robert Hartman Story*. Amsterdam – Atlanta: Editions Rodopi, 1994.

Hartman, Robert S., *The Structure of Value*. Carbondale, IL.: Southern Illinois University Press, 1967.

Klasner, Edward, and Newman, James, *Mathematics and the Imagination*. New York, Simon and Schuster, 1967.

Lin, Shwu-Yeng T. and Lin, You-Feng, *Set Theory with Applications*. Tampa, FL.: Book Publishers, Inc., 1985.

Potter, Michael D., *Sets: An Introduction*. Oxford: Clarendon Press, 1990.

Suppes, Patrick, *Axiometric Set Theory*. New York: D. Van Nostrand, 1960.

Zehna, Peter W., and Johnson, Robert L., *Elements of Set Theory*. Boston: Allyn and Bacon, 1962.

KRITERION, Nr.13 (1999), pp.31-34

Hanspeter Fetz

RESPONSE TO REM B. EDWARDS

What follows, is my response to R. B. Edwards' article entitled "Fetz's Misunderstandings of Formal Axiology", which in turn is a response to my review of Frank Forrest's *Valuemetrics*$^{\aleph}$. *The Science of Professional and Personal Ethics* in KRITERION Nr.8 (1994) pp.40-42. Edwards maintains on a sheet attached to his article that my review is "scurrilous", "confused", and "badly misinformed". I hope to establish that it is not and that it is rather Edwards' own contribution that is worthy of such praise. Edwards states that my verdict on Forrest's use of the notion of concept is ill-founded and that I criticise particular concepts rather than the notion of concept itself. This is simply false. Although, as Edwards correctly notes, there is no further occurrence of the notion of "concept" in my review, my quite detailed remarks on section four of Forrest's book address just the problems posed by that notion. What I state there should be justification enough for saying that something is wrong with Forrest's notion of "concept". Should Forrest's use of the term, in particular his understanding of a "meaning set" or intension, coincide with that of Edwards, then at least one problem can be traced down more closely. The intension of a predicate, as commonly conceived, is the condition a thing must satisfy to be truly described by the predicate. Things of the same reference class may be picked out by different intensions. According to the common understanding of "intension",[1] it does not make any sense to say that a referent of the intension does not meet all the conditions given by the intension. For example, if a thing does not meet all the conditions given by the intension of "book", then it is not a bad book, but simply no book at all. Therefore, either Edwards' equation of a thing's intension or "meaning set" with a set of "goodmaking properties" is simply mistaken or his use of "intension" is far astray from its common understanding. In the latter case he owes us more clarification of the concept than is provided either by his article or by Forrest's book. So even if, as Edwards argues, I might not have my finger on the real problem posed by Forrest's notion of a meaning set, it cannot be doubted that there is a problem. As Forrest nowhere provides a clear definition of a meaning set, I took his only example of such a set and tried to make sense of it. Now, Edwards writes that "Forrest indicates that the intension or meaning-set of our concept of 'book' might include predicates like 'document, pages, written or printed material, binding, ... covers.' Fetz cannot identify the relevant set of predicates that entities measured by them must have if they are to [be] regarded as good." (Edwards, p.26). The first basic problem here is that neither "document" nor "pages" nor any other of the mentioned terms are predicates. No wonder, that I was troubled and struggling for interpretations. Even if they were, as Edwards contends, quite off the mark, this should not be taken as a fault of the reviewer, but rather as one of the book. It is a hopeless task, for anyone, not just for so dull a soul as Fetz, to extract the additional information that Edwards gives in his article from the scarce and rather misleading exposition of Forrest's, since the notion of a "good making property" is *never* mentioned in Forrest's book, let alone defined or clarified. Needless to say that Edwards' own notion of a meaning set too is not only quite unorthodox but invites further criticism. Prof. Edwards may consult any textbook in logic or the philosophy of language to be informed about what is commonly understood by "intension". He will see then that his notion lies far astray from common usage and is therefore in need of much more clarification than he provides, to say the least. Edwards also deals with

1. Which seemingly is also Hartman's understanding of the term; cf. his *The Structure of Value* 1967, p.31.

my objection that Forrest's definition of "goodness" is neither formally correct nor materially adequate. "This", he says, "could mean either that the definition is not formal or that the definition is not correct, possibly both." Nothing of that sort is implied. Commonly, a definition is called correct or successful if and only if it is formally correct and materially adequate. A definition is formally correct if and only if it meets certain well established formal requirements (the definition must have the logical form of an equivalence, it must neither be creative nor circular etc.).[2] Formal correctness, however, is only a necessary not a sufficient requirement of a correct definition. Consider the definition "x is identical with Rem Edwards if and only if x is identical with the number zero." This definition, although *formally* correct, is not correct as it fails to be materially adequate. For the meaning of the latter, see my review or, preferably, introductory logic and definition books. Edwards (p.24–25) considers formal correctness and material adequacy to be the same. This is incorrect. Then he attributes to me the objection "that the definition is not formal". This too is incorrect.

On pp.26 of his article Edwards writes that "Fetz cannot comprehend why Forrest claims that the meaning sets of empirical entities are composed of a finite but indefinitely large number of properties, many of which are often unknown." Forrest says that the meaning-predicates of Type I concepts [are] "fixed finite meaning sets" but type II concepts are "elastic finite meaning sets" and adds "Fetz is perturbed because this is 'an epistemic classification unknown to standard mathematics ...' This is true, but so what? Is creative thinking never permitted in Fetz's universe? Instead of condemning Forrest, Fetz should have offered praise for his originality!" Well, creative thinking *is* "allowed in Fetz's universe", but, as it seems, not as easily gained as in "Edwards' universe". Even a merely superficial reading of my short review should reveal that the thrust of my objection was pointed against the feasibility, not the novelty, of the concepts of "fixed" and "elastic" finite sets as introduced by Forrest. Forrest (i) attributes to all "fixed" finite sets one and the same cardinality, i.e. n and to all elastic finite sets one and the same cardinality k, and (ii) he further maintains that "k is greater than n $(k > n)$" (Forrest, p.5). My objection is that both (i) and (ii) are quite obviously untenable. All this is explicit in my very short review. Edwards seems to fail to see this.

On p.27 Edwards turns to my criticism of the terms "composition" and "transposition". Edwards writes: "Fetz notes that Forrest claims that 'brand new' enhances the meaning and value of 'car' and 'damage' diminishes its meaning and value. Fetz never clarifies what he finds objectionable about this." In fact however, I *do* clarify my objection against the notions of transposition and composition (cf. p.41 of my review). My criticism is that for either of these quite central terms of Forrest's work any definition is missing. For a philosopher *this* should sound like an objection.

Then Edwards continues, "If he [Fetz, the careless reader] thinks that Forrest is wrong, he should confer with a few people who have new cars, and with a few more who have damaged cars! They will set him straight" (Edwards, p.27). Quite obviously, Edwards confuses here cars and concepts of cars. Fetz knows what it means to damage or deplete a car.[3] However, he does not know, *still* does not know, what it means to deplete *the meaning* of the concept *car* (or what it means to "deepen" (in Forrest's terminology) or to "enhance" (Edwards' term) the meaning of a concept (as *car*)). Therefore, Fetz thinks that Edwards is the one who might be set straight in this matter, and Forrest is the one who owes us a definition.

2. You may wish to consult introductory philosophy or logic texts for more information.

3. And how to do it, he is quite good at that.

Just a word about properties. According to Edwards (p.26) it is absurd to treat what a thing is not as one of its properties. I do not agree. The phrase "that one of the two major contenders for US presidency in the election of '96 that is not a Republican" for instance, is perfectly capable of defining Mr. Clinton, as not being a Republican is quite clearly a property of his.

Now, let us turn to Edwards' section (3) (Mathematics). On p.28 he writes that "[Fetz] argues that if set A has three members and set B has three members, then they have the same cardinality - 3; but their union (addition) has the cardinality 6, not 3 (Fetz p.41)". I cannot but wonder how Edwards can contend that I hold such a falsehood, as I explicitly reject reasoning along such lines on the very page Edwards is citing from! You cannot get the cardinality of $A \cup B$ simply by adding the cardinalities of A and B. It is this what I called "Forrest's second mistake", an error that, I think, Forrest commits when he writes (p.42) "...card $A = n$ and card $B = n$. *Therefore* $A \cup B = n + n$ [my emphasis]".

A *very* simple example will repeat what I already presented quite clearly in my review. Consider two sets A, B such that $A = \{1, 2, 3, 4\}$ and $B = \{2, 3, 4, 5\}$. Clearly card(A) = 4 and card(B) = 4 and obviously card $A \cup B = 5$ (not 8, or 4, or n or anything like that).

Then Edwards suggests that I am a complete ignoramus who "does not seem to know the difference between a constant and a variable". The reason for this, according to Edwards, is that I fail to see the possibility of there being a cardinal number n, a constant, that is the cardinal number of all "fixed" finite sets [sic!]: "Forrest takes 'finite' itself to be a number, a constant, a form of cardinality, on a par with 'denumerably infinite' and 'non-denumerably infinite.'" (Edwards p.28) That this is quite shocking a proposal is revealed by the following simple derivation:

(1) The number n is the cardinality of any "fixed" finite set. (Forrest, p.5)

Consider two sets A, B such that

(2) $A = \{1, 2\}$

(3) $B = \{3, 4, 5\}$

From this we easily get

(4) card(A) = 2

and

(5) card(B) = 3

From (4) and (5) it is obvious that

(6) card(A) $\neq$ card(B)

According to (1), because n is the cardinality of *any* "fixed" finite set whatsoever, and because A and B clearly are such "fixed" finite sets (they are finite, all their members are known (at least to me)), we have

(7) card(A) = n

and

(8) card(B) = n.

Simple substitution of equivalents yields, from (7) and (8),

(9) card(A) = card(B)

Obviously, (6) and (9) together imply

(10) card(A) = card(B) and card(A) $\neq$ card(B)

which is a contradiction. This shows that something is wrong. I strongly suggest, it is (1) that is the culprit.

So I was not, as Edwards suggests, "oblivious" of this stratagem. I ignored it for quite obvious and telling reasons; for "finitude" or "finite" quite clearly do not denote a number. An n taken as a cardinal number and interpreted as finitude is, as shown above, obviously an incoherent notion. If Edwards should not believe me, I would like to invite him to consult one of his "authorities". Edwards contends that "Other authorities on set theory explicitly treat finitude as such as a form of cardinality". Edwards refers in this respect to Potter (1990), pp.93-94, (Edwards, p.28) as purportedly justifying his use of n. Potter, however, is not amongst those mentioned "other authorities". I would be grateful to Edwards if he could show me which of the remarks, definitions, propositions or theorems of Potter's sections 5.3.1.f he takes to express the vagaries he attributes to Potter and is himself ready to endorse.

Again, n, conceived of as the "cardinality of any 'fixed' finite set", is an ill-conceived notion and is obviously incoherent. Further, that adding a finite number to a finite number yields a finite number is not expressed by "$n + n = n$" (I reiterate).

I restate for the sake of clarity: In any statement of the form "set x is finite" the "is" is, on pain of inconsistency, not to be taken as denoting identity, viz. the identity of x with some cardinal number of "finitude", but rather as expressing *predication*, i.e. as the predicate "is finite" said to be true of some set.

When turning to my criticism concerning the moral relativity of act descriptions, he comments on it: "It is often true, as Fetz suggests that 'the same situation may be described in more than one way using different words', but he fails to acknowledge that many of these descriptions will be false [...]"(p.29). All this grossly misses my point, which is that there are ordinarily many different but *true* descriptions of an act that differ in their *prima facie* moral evaluation of that act.

Then he fails to see the point of my criticism of the so-called "Value Creation Principle". My main thrust is not at this "Value Creation Principle" itself. As should be clear from my review, I strongly doubt Forrest's contention that the mathematics presented in his book imply the principle in question. Moreover, as Forrest's notion of "good" is quite a deviant one, it may be doubted that the principle is, as Edwards contends, "the same basic moral principle to which all teleological ethical theories are committed".

Finally, I want to state (again) that my contention is simply that Forrest's "calculus" is fundamentally flawed; this does not preclude the possibility of its being quite sophisticated (even a contradiction may be sophisticated).

DIE AUTOREN

WOLFGANG HUEMER, geboren 1968 in Salzburg, studierte von 1988–1994 Philosophie und Germanistik an der Universität Salzburg. Von 1995–1999 absolvierte er ein Ph.D. Programm an der University of Toronto, wo er derzeit ein Post-Doctoral Fellowship hält. Zu seinen Interessenschwerpunkten zählen Philosophie des Geistes und Phänomenologie.

Adresse: Department of Philosophy, University of Toronto, 215 Huron St., Toronto, ON, M5S 1A1, Canada.

DAVID M. ARMSTRONG

Adresse: Department of Philosophy (T&M), Sydney University, New South Wales 2006, Australia.

JOHANNES CZERMAK, geboren 1942 in Winterberg (heute Tschechien), Studium der Mathematik/Astronomie an der Universität Wien, Assistent an der TU Wien (Mathematik), Uni Wien (Logistik), Uni München (Mathematik), IFZ Salzburg (Wissenschaftstheorie), 1976 Habilitation für Logik und Grundlagen der Mathematik, seit 1977 am Institut für Mathematik der Uni Salzburg, Gastvorlesungen u.a. in Irvine (Kalifornien), Darmstadt, Klagenfurt, Linz. Arbeitsgebiete: Logik und deren Anwendungen in Philosophie (z.B. Textanalysen).

Adresse: Institut für Mathematik, Universität Salzburg, Hellbrunner Straße 34, A-5020 Salzburg, Österreich (Austria).

REM B. EDWARDS recently retired as a Lindsay Young Professor of Philosophy at the University of Tennessee, Knoxville, TN, USA. His areas of specialization are Philosophy of Religion, American Philosophy, Ethical Theory, Medical Ethics with a special interest in Mental Health Care, Ethics and Animals, and Formal Axiology. He is the author or editor of fifteen books and over fifty articles, and is an Associate Editor with the Value Inquiry Book Series, published by Editions Rodopi, where he is responsible for the Hartman Institute Axiological Studies sub-series.